Mise en place concrète.
Viser le programme et le socle sur une même activité.

Différencier la pédagogie, c'est réussir à mettre en activité tous les élèves : les forts sont stimulés, ils ne sont pas freinés, les faibles ne s'ennuient pas, chacun peut avoir la satisfaction de trouver, de réussir et de prendre plaisir à faire des mathématiques.

Quelques pistes pour mettre en œuvre cette gestion dans nos classe, concilier le programme et le socle tout en faisant travailler tous les élèves sur la même activité.

A) Tâches complexes et questions ouvertes :

Une tâche complexe est une tâche mobilisant plusieurs ressources. Une tâche complexe ne se réduit pas à l'application d'une procédure automatique, mais nécessite l'élaboration d'une stratégie (pas forcément experte). Chaque élève peut adopter une démarche personnelle de résolution pour réaliser la tâche. Une tâche complexe conduit les élèves à exprimer de véritables **compétences** dans des situations nouvelles.

1°) Les coups de pouce sont donnés au fur et à mesure des besoins (exemple : suggérer shéma, modélisation)

Exemple 1 (3ème)

Observatoire Tähtikallio en Finlande
GnuFDL 1.2 Seppo Linnaluoto

Un astronome décide de faire repeindre l'extérieur de son observatoire. Le bâtiment est formé d'une partie cylindrique de 4,5 m de diamètre et de 3,5 m de haut surmonté d'une demi-sphère.
Quelle quantité de peinture mono-couche faut-il prévoir sachant qu'il faut 1L de peinture pour 12 m²?

Exemple 2 (dès la 5ème)

Voici les résultats au baccalauréat de deux lycées en 2007 :

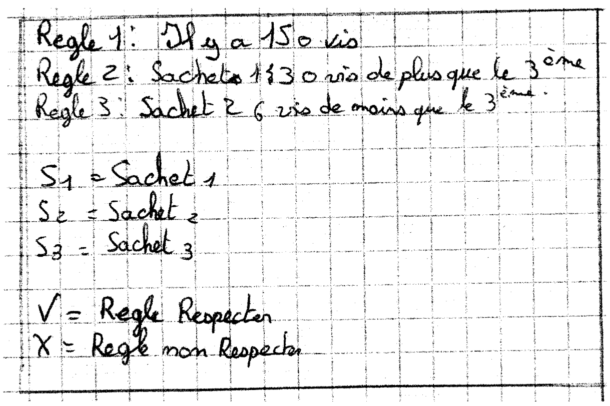
- Lycée Chateaubriand : 191 candidats 183 reçus
- Lycée Emile Zola : 186 candidats 180 reçus

Quel lycée a-t-il obtenu les meilleurs résultats ?

2°) Les méthodes expertes et non expertes cohabitent et sont acceptées sans réserve, pourvu qu'elle soient expliquées.

Exemple 3 (6ème à 3ème)

On a trois sacs de vis. Le premier contient 30 vis de plus que le troisième, le deuxième contient 6 vis de moins que le troisième. En tout, il y a 150 vis.
Quel est le nombre de vis dans chaque sac ?
Réponse faite par un élève de niveau moyen-bon :



Regle 1 : Il y a 150 vis
Regle 2 : Sachets 1 30 vis de plus que le 3ème
Regle 3 : Sachet 2 6 vis de moins que le 3ème.

S_1 = Sachet 1
S_2 = Sachet 2
S_3 = Sachet 3

√ = Regle Respecter
X = Regle non Respecter

J'ai 150 vis à partager en sachants aussi que :

Il y a 3 sachets et que le 1er sachets à 30 vis de plus que ~~le~~ 3ème et que le 2ème sachet a 6 vis de moins que le 3ème sachet.

J'ai décidé d'appeler ces information des règles pour mieux comprendre. Je faits des tests que je rentre dans un tableau :

Proposition 1 : 70 - 40 - 40

V - il y a les 150 vis
V - il y a 30 vis de plus dans le sachet 1 par rapport au sachets 3
X - il n'y a pas 6 vis de moins dans le sachet 2 par rapport au sachet 3

Les règles ne sont pas toutes respectées

Proposition 2 : 70 - 45 - 35

V - il y a les 150 vis
X - il n'y a pas 30 vis de plus dans le sachet 1 par rapport au sachet 3
X - il n'y a pas 6 vis de moins dans le sachet 2 par rapport au sachet 3

Les règles ne sont pas toutes respectées

Proposition 3 : 70 - 38 - 42

V - il y a les 150 vis
X - il n'y a pas 30 vis de plus dans le sachet 1 par rapport au sachet 3
X - il n'y a pas 6 vis de moins dans le sachet 2 par rapport au sachet 3

Les règles ne sont pas toutes respectées.

Proposition 4 : 72 - 36 - 42

V - il y a les 150 vis
V - il y a 30 vis de plus dans le sachet 1 par rapport au sachet 3
V - il y a 6 vis de moins dans le sachet 2 par rapport au sachet 3

Les règles sont toutes respectées

	Proposition $S_1 - S_2 - S_3$	Regle 1	Regle 2	Regle 3
Proposition 1	70 - 40 - 40	✓	✓	X
Proposition 2	70 - 45 - 35	✓	X	X
Proposition 3	70 - 38 - 42	✓	X	X
Proposition 4	72 - 36 - 42	✓	✓	✓

Donc il y a : 72 vis dans le sachet 1
36 vis dans le sachet 2
42 vis dans le sachet 3

Exemple 4 (3ème)

29 *Sur le marché de Noël*

Sur le marché de Noël, trois amis achètent les mêmes bougies parfumées et des plats décoratifs identiques.

Rémi achète trois bougies parfumées et cinq plats décoratifs. Il paie 72,30 €.

Yvan achète cinq bougies parfumées et trois plats décoratifs pour 68,50 €.

Kamel achète deux bougies parfumées et un plat décoratif. Combien va-t-il payer ?

29 P 78 : bougie = x
plat = y

$\begin{cases} 3x + 5y = 72{,}30 \; ① \\ 5x + 3y = 68{,}50 \; ② \end{cases}$ on veut savoir $2x + y = ?$

$\begin{cases} 15x + 25y = 361{,}5 \\ 15x + 9y = 205{,}5 \end{cases}$

1er - 2e

$25y - 9y = 16y$ | $16y = 361{,}5 - 205{,}5$
$16y = 156$
$y = \frac{156}{16} = 9{,}75$

$3x = 72{,}30 - (5 \times 9{,}75)$
$= 72{,}30 - 48{,}75$
$= 23{,}55$
$x = \frac{23{,}55}{3} = 7{,}85$

d'où $2x + y = 2 \times 7{,}85 + 9{,}75$
$= 15{,}7 + 9{,}75$
$= 25{,}45$

Il a payé 25,45 €

25 *Pour faire plaisir*

Jérémy veut acheter des fleurs pour sa petite amie. Il choisit un bouquet composé de 13 fleurs : des lys à 3,20 € pièce et des asters à 2,30 € pièce. Le prix de sa composition est de 37,10 €. Détermine la composition exacte du bouquet.

Ex 25 p 78 : ~~lys = x = 3,20~~
~~aster = y = 2,30~~

13 fleurs = 37,10 € Par tatonnement

6 x 3,20 + 7 x 2,3 = 35,3 Il y 8 lys et 5 aster
7 x 3,20 + 6 x 2,3 = 36,2
8 x 3,20 + 5 x 2,3 = 37,1

3°) Des choses à faire pour chacun, certains vont juste faire des essais et conjecturer, d'autres iront jusqu'à la démonstration.

Exemple 5 : (4ème)

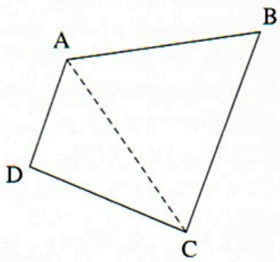
64 Quadrilatère de Varignon

Pierre Varignon (1654–1722) est un des mathématiciens français les plus célèbres de son époque. Il se destine d'abord à une carrière religieuse et est ordonné prêtre en 1683. Mais en lisant par hasard un exemplaire des *Éléments* d'Euclide, il découvre son goût pour les mathématiques.

1) a) Tracer un **polygone** non croisé *ABCD*.
Placer les points *E*, *F*, *G* et *H*, **milieux** respectifs des côtés [*AB*], [*BC*], [*CD*] et [*DA*].
Tracer le polygone *EFGH*.
b) **Déplacer**(1) un ou plusieurs sommets du quadrilatère *ABCD*.
Quelle semble être la nature du quadrilatère *EFGH* ?
2) Démontrer que le quadrilatère *EFGH* est un parallélogramme.
3) a) Tracer les diagonales [*AC*] et [*BD*].
b) Déplacer un sommet du quadrilatère *ABCD* pour que le parallélogramme *EFGH* semble être un rectangle.
c) Que peut-on alors remarquer sur les diagonales [*AC*] et [*BD*] du quadrilatère *ABCD* ?
4) Démontrer que si (AC) $\perp$ (BD), alors le quadrilatère *EFGH* est un rectangle.

Phare - 2011

74 **1.** Construire un quadrilatère ABCD quelconque comme ci-contre. Placer les milieux respectifs E, F, G et H des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA].



2. Démontrer que les droites (EF) et (GH) sont parallèles.

3. Démontrer que EF = GH .

4. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère EFGH ?

Dimathème - 2007

Exemple 6 (dès la 4ème)

1°) **programme de calcul 1 :**

- choisir un nombre
- doubler ce nombre
- ajouter 5
- doubler le résultat obtenu
- retirer le triple du nombre de départ
- retirer 10.

Que penses-tu de ce programme ? Prouve ce que tu avances.

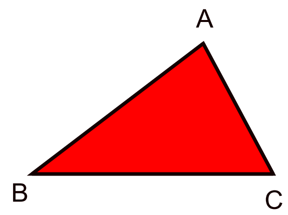
2°) **programme de calcul 2 :**

- choisir un nombre
- ajouter 1 à son carré
- multiplier le résultat par 6
- retirer le cube du nombre de départ
- diviser par 11.

Applique ce programme à 1, puis à 2, puis à 3.
Que remarques-tu ?

Exemple 7 (5ème/4ème)

ABC est un triangle quelconque.
Où peut-on placer un point M pour que l'aire du triangle MBC soit égale à l'aire du triangle ABC ?



Exemple 8 : En groupe (6ème)

Prérequis : notion de géométrie dans l'espace, figures géométriques usuelles et utilisation des instruments de géométrie, notion d'échelle (rapidement, puisque c'est hors programme en 6° ...).

a) A la maison : on demande aux élèves de mesurer les dimensions de leur chambre (longueur, largeur, hauteur), éventuellement en simplifiant sa forme pour la ramener à un parallélépipède rectangle. On demande aussi de mesurer les trois dimensions principales de quelques meubles : lit, chevet, bureau, chaise, armoire, commode, ... ainsi que les dimensions et positions de la porte et des fenêtres (en s'aidant éventuellement d'un schéma).

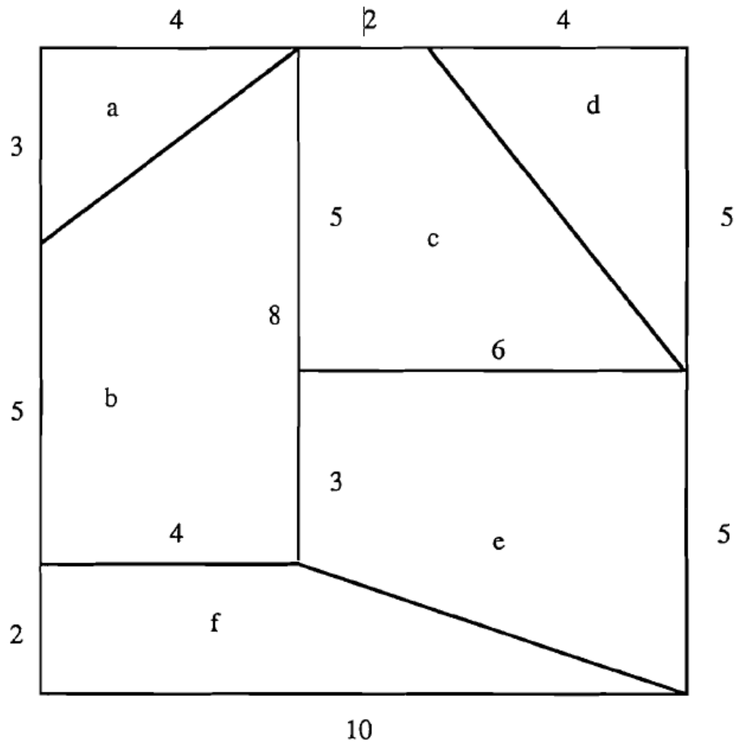
b) En classe, par groupes de 3 ou 4 élèves :

- l'une des chambres est choisie (celle dont les dimensions, ainsi que celles des meubles, ont été visiblement bien relevées ; ou celle qui est la plus grande, la plus petite, ...)
- on choisit une échelle
- on dessine le plan de la chambre, et des représentations à plat des meubles (le travail est réparti)
- on dessine un patron de la chambre (sans le plafond !), des meubles , sous forme de pavés droits. On essaie d'ajouter porte et fenêtres. On construit la maquette et on place les meubles.

B) Utilisation des variables didactiques.

<u>Exemple 1 : Puzzle de Brousseau (6ème)</u>

Les élèves sont munis de papier blanc, règle, équerre, crayon, gomme, ciseaux et nous distribuons à chaque élève le modèle de puzzle suivant:



Il est demandé à chaque groupe de construire les pièces d'un puzzle semblable mais agrandi, les élèves se répartissant la construction des différentes pièces et faisant leurs calculs individuellement. La consigne donnée par écrit à chaque élève est la suivante:

Voici un puzzle, vous allez fabriquer le "même" puzzle en plus grand en respectant la règle suivante : le segment qui mesure 5 centimètres sur le modèle devra mesurer 7 centimètres sur votre production. Suivant les groupes, le couple 5 → 7 a été remplacé par les couples : 3 → 4,5 5 → 7,5 4 → 6,4 5 → 9 *(source, Irem de Montpellier)*

<u>Exemple 2 :</u> Situations problème pour introduire la notion de PGCD : (3ème)

<u>Les problème de lots :</u>

126 billes bleues et 90 billes rouges doivent être réparties en paquets.

(60 billes bleues et 45 billes rouges doivent être réparties en paquets.)

Les contraintes sont les suivantes :

- chaque paquet doit contenir des billes bleues et rouges,
- chaque paquet doit contenir le même nombre de billes bleues,
- chaque paquet doit contenir le même nombre de billes rouges,
- toutes les billes bleues et rouges doivent être utilisées,

1) Combien de paquets peut-on réaliser ? Combien de billes comportera chaque paquet ?
2) On souhaite maintenant réaliser le plus de paquets possibles.
Combien de paquets peut-on réaliser ? Combien de billes comportera chaque paquet ?

<u>Exemple 3 : (6ème)</u>

1°) Un magasin vend 4 oeufs pour 0,80€ et 5 oeufs pour 1€. Combien coûtent 7 oeufs ?
2°) Un magasin vend 4 oeufs pour 0,84€ et 5 oeufs pour 1,05€. Combien coûtent 7 oeufs ?
3°) Un magasin vend 3 oeufs pour 0,63€ et 5 oeufs pour 1,05€. Combien coûtent 7 oeufs ?
4°) J'ai acheté 500 g de gruyère à 9€/kg et 2 kg de rôti de boeuf. J'ai payé 33,35€ en tout. Combien coûtait 1 kg de rôti ?
5°) J'ai acheté 400 g de gruyère à 7,50€/kg et 800 g de rôti de boeuf. J'ai payé 14,20€ en tout. Combien coûtait 1 kg de rôti ?

D'après IREM Limoges

<u>Exemple 4 : (3ème)</u>
Un jeune serveur est chargé de l'accueil de 35 invités. Il doit servir des boissons dans des flûtes de forme conique de 10 cm de hauteur et 6 cm de diamètre, remplies au ¾ de la hauteur.
Combien de bouteilles de 75 cL devra-t-il prévoir ?
Dans des verres de forme cylindrique de 12 cm de hauteur et 4 cm de diamètre.
Le volume de liquide étant dans ce cas là proportionnel à la hauteur, l'exercice est grandement simplifié.

Ce principe peut s'appliquer très souvent (nombres entiers ou décimaux, fractionnaires ou décimaux, valeurs approchées ou exactes, proportionnalité, vitesse moyenne)