

LES DEVOIRS MAISON

Jean-Luc RICCI
Collège Joseph Chaumié
47000 AGEN

Introduction

La note a toujours été un élément qui peut s'avérer motivant pour l'élève.

Les devoirs maison, évalués sur d'autres critères que ceux habituellement utilisés, peuvent offrir à l'élève la possibilité d'obtenir une bonne note et de trouver ainsi une source de motivation.

*Extrait de : Programmes de l'enseignement des mathématiques - Préambule pour le collège - page 12 - BO spécial n° 6 du 28 août 2008 :
« L'évaluation n'est pas un à côté des apprentissages. Dans cette optique, le **travail sur les erreurs** constitue souvent un moyen efficace de l'action pédagogique ».

Contenu des devoirs maison

« La résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques de l'élève » précise les programmes. Chaque devoir, volontairement court, comporte soit un problème « ouvert » et une énigme ; soit un problème « classique » et une énigme (cf. Annexe 3 « problèmes classiques et problèmes ouverts »)

Correction par le professeur des devoirs maison

La correction se fait en deux temps :

✚ 1^{er} temps : Une correction est proposée devant le groupe classe en privilégiant bien sûr les échanges entre tous les acteurs. Il est demandé à chaque élève d'annoter, au stylo vert, sa copie : correction des erreurs, commentaires éventuels. Les copies sont ensuite relevées et notées.

La note inscrite sur la copie

La notation est établie par des critères prédéfinis qui peuvent varier selon les devoirs :

- L'**application** (*soin apporté à la tenue de la copie*) ;
- La **recherche** (*exiger une amorce même non aboutie*) ;
- Les **annotations** (*l'élève doit découvrir ses erreurs, les commenter et ne pas recopier un corrigé type*) ;
- L'**investissement** et l'**écoute en classe** lors la correction.

La note est calculée à partir de 20 par la négative :

- L'**application** (4 points) ;
- La **recherche** (4 points) ;
- Les **annotations** (4 points) ;
- L'**investissement** et l'**écoute en classe** (4 points)

✚ 2^{ème} temps : Un commentaire est fait lors de la remise des copies notées. Certaines copies sont scannées et présentées à l'ensemble du groupe. C'est l'occasion d'insister sur telle ou telle notion, de lire une production originale et souvent d'introduire une notion.

Avantages

- Le devoir maison devient un bon outil pour évaluer les compétences déclinées dans le LPC (Livret Personnel de Compétences).
- Un problème ouvert peut jouer le rôle d'activité pour introduire une notion.
- Les élèves ont la possibilité d'obtenir facilement 20 sur 20 car les élèves prennent conscience que l'on peut aborder une recherche et n'en laisser qu'une trace écrite partielle, même si la recherche n'est pas aboutie.
- Ce travail profite à tous et particulièrement aux « *meilleurs* ».
- Les élèves prennent conscience des erreurs commises et s'appliquent à les corriger.
- Les élèves rendent des copies très soignées.
- Les élèves en difficulté produisent quelque chose.
- Certains élèves qui ne « sont pas bons en math. » se font aider par des membres de leur famille et par ce biais les mathématiques « rentrent » dans les foyers. Il arrive même que des parents proposent leur propre solution (cf. en annexe 1 : « une production non personnelle »). Chercher le problème de math. devient un lien familial.

Inconvénients

- Des copies en nombre à corriger... certes, mais une moyenne trimestrielle cohérente peut-être obtenue avec des devoirs maison et trois devoirs surveillés (cf. Annexe 4 : *Extrait des programmes de l'enseignement des mathématiques*).
- Productions non personnelles comme pour tout travail fait en dehors de la classe, mais cela ne touche pas tous les élèves et la répétition des devoirs maison fait qu'on obtient rapidement une appréciation juste du travail de chacun.
- Les très bonnes notes (cf. « La constante macabre » de Roger ANTIBI), mais la moyenne du trimestre prend également en compte les devoirs faits en classe.
- Certains élèves peuvent être tentés de tricher lors de la correction en s'appropriant le corrigé à l'insu du professeur ...
- Certains élèves ne rendent pas le devoir maison. Dans ce cas, l'élève est tenu de recopier proprement la correction. Il est écrit « non noté » dans le carnet de notes. Il y a là un moyen irréfutable pour attester aux parents concernés que leur enfant ne travaille pas.

Conclusion

On pourrait penser que les élèves contestent de telles notes, qui peuvent être, parfois, rapidement attribuées. Il n'en est rien. Ces devoirs sont un véritable moteur pour encourager les élèves en difficulté et donner de bons travaux de recherche à ceux qui sont plus sérieux. Les élèves réclament en général le devoir et s'ingénient à trouver une solution aux problèmes posés et aux énigmes, quand elles piquent leur curiosité.

Niveau 6^{ème} et 5^{ème}

Stratégie : L'élève corrige ses erreurs, mais celles-ci sont mises en évidence par le professeur.

La stratégie n'est plus la correction de ses erreurs, tâche bien complexe à ce niveau, mais c'est le professeur qui indique les erreurs, à charge à l'élève de les corriger.

Contenu des devoirs maison

Des exercices pour vérifier l'acquis des « savoir-faire » et de petits problèmes pour évaluer des compétences.

Correction par le professeur des devoirs maison

Les copies sont corrigées, sans annotations, avec comme seule indication dans la marge pour chacun des exercices, un nombre de points enlevés, par exemple : « -2 » ou « -1 ». La copie est notée sur 20.

S'i l'élève n'a, par exemple, que 06/20, cet élève peut corriger ses erreurs, pendant ou après la correction faite en classe. La nouvelle note remplace le 06.

Avantages

- Les élèves ont la possibilité d'obtenir facilement 20 sur 20, à condition d'écouter la correction et de chercher dans l'exercice pénalisé, où sont les erreurs.
- Les élèves s'appliquent à « corriger » leurs copies pour avoir une meilleure note.
- Les élèves en difficulté sont plus motivés.

Inconvénient

- Double correction.

ANNEXE 1

Un exemple de devoir (niveau 3^e) avec copies d'élèves

L'exercice est un texte très classique, mais ce devoir maison a été donné après avoir vu seulement la définition de diviseur d'un nombre entier, la notion même de PGCD n'ayant pas été abordée. L'élève est invité à mettre en œuvre cette notion de diviseurs d'un entier. Le but est d'aborder la notion de PGCD lors de la correction. L'énigme plaît aux élèves. Ils la réussissent aisément et veulent bien venir l'exposer au tableau.

Exercice

126 billes bleues et 90 billes rouges doivent être réparties en paquets.

Les contraintes sont les suivantes :

- chaque paquet doit contenir des billes bleues et rouges,
- chaque paquet doit contenir le même nombre de billes bleues,
- chaque paquet doit contenir le même nombre de billes rouges,
- toutes les billes bleues et rouges doivent être utilisées,
- le nombre total de paquets est compris entre 7 et 12.

Quel est le nombre de paquets ? Quelle est la composition de chaque paquet ?

CODE SECRET

Trouvez les trois chiffres du code.

1	2	3	aucun chiffre correct
4	5	6	un seul chiffre correct bien placé
6	1	2	un seul chiffre correct mais mal placé
5	4	7	un seul chiffre correct mais mal placé
8	4	3	un seul chiffre correct bien placé



Copie 1

J'ai divisé 126 et 90 par plusieurs nombres. Et comme résultat entier, il y en avait plusieurs mais entre 7 et 12 il n'y avait que le ~~nombre~~ ^{nombre} 9. Le ~~nombre~~ ^{en commun.} 9 équivaut au nombre de paquets.

126 : 9 = 14

90 : 9 = 10

Le numéro 14 est le numéro de billes bleues qu'il y aura dans chaque paquet.

Le numéro 10 est le numéro de billes rouges qu'il y aura dans chaque paquet.

Conclusion : Il y aura 9 paquets composés de 14 billes bleues et 10 rouges dans chaque paquet.

Notes in green: Pour le nombre de paquets, j'ai eu juste ! Le seul problème, c'est que je n'ai pas noté tous mes calculs, je les ai notés sur une feuille de brouillon mais pas sur ce devoir. J'ai également juste pour le nombre de billes dans chaque paquet. Conclusion : Mes résultats sont justes mais c'est mal expliqué.

Une production non personnelle

Cet exercice a été donné en devoir maison avant d'avoir abordé le calcul littéral. La solution proposée est celle d'un papa (*papa d'une élève en très grande difficulté*). L'élève n'a pas voulu recopier la solution car elle n'était pas sienne. La solution donnée par le papa a été exploitée lors du deuxième temps de correction...

COMMENT CALCULER SON ÂGE PAR LE CHOCOLAT ?

Ne me donnes pas ton âge, tu me mentirais certainement... Tu vas voir ça marche à tous les coups. Cela prend seulement une minute.

Fais les calculs en continuant. Je te promets que ça marche !

1. Choisis le nombre de fois que tu voudrais manger du chocolat chaque semaine (plus d'une fois et moins de 10 fois).
2. Multiplie ce nombre par deux (pour être plus près de la réalité).
3. Ajoute 5.
4. Multiplie par 50 — Oui, tu peux te servir d'une calculatrice...
5. Si tu as déjà célébré ton anniversaire cette année, ajoute 1760. Sinon, ajoute 1759.
6. Maintenant, soustrais les 4 chiffres représentant l'année de ta naissance.

Tu devrais obtenir un nombre à trois chiffres. Le premier chiffre est le nombre de fois que tu veux manger des chocolats chaque semaine.

Les deux autres chiffres représentent... ton âge! (mais oui, avoue le !!!)

CETTE ANNÉE (2010) EST LA SEULE ANNÉE OU CES CALCULS S'AVÈRENT JUSTES, ALORS FAIS EN PROFITER TES AMIS EN LEUR ENVOYANT... LES MATHS MÉTHODE CHOCOLAT!

Blague mise à part ... Pourriez-vous expliquer mathématiquement pourquoi on trouve son âge ? Comment faire pour l'année 2011 ?

Solution écrite par un papa.

- 1/ Soit x mon nombre choisis de chocolats ~~(9)~~
- 2/ Multiplication par 2 soit $2x$.
- 3/ Ajouter 5 soit $2x+5$.
- 4/ Multiplication par 50 soit $(2x+5) \times 50$.
- 5/ Ajouter 1760 soit $[(2x+5) \times 50] + 1760$.
- 6/ Soustraire Année de naissance ~~so~~
soit $[(2x+5) \times 50] + 1760 - 1995$.

7/ Explication:

$$\begin{aligned} & \boxed{[(2x+5) \times 50] + 1760} - 1995 \\ & \underbrace{100x} + \underbrace{250} + \underbrace{1760} - \underbrace{1995} \\ & \text{on multiplie par 100} \quad \text{2010} \quad \text{année de naissance} \\ & \text{par que le nombre } x \quad \downarrow \\ & \text{apparaisse en 1er position.} \quad \text{année actuelle} \\ & \text{soit } x = 9 \\ & \underbrace{\hspace{15em}} \\ & \text{année actuelle} - \text{année de naissance} \\ & = \text{Mon âge actuel (15ans)}. \end{aligned}$$

pour l'année 2011 on rajoutera 1760 si on a pas souhaité l'anniv
et on mettra 1761 si on a célébré l'anniv.

ANNEXE 2

PROBLÈMES CLASSIQUES ET PROBLÈMES OUVERTS

I. PROBLÈME CLASSIQUE

On peut définir un "problème classique" par les caractéristiques suivantes :

- 1 - Le problème posé a toujours une solution.
- 2 - C'est une application du cours.
- 3 - L'énoncé contient toutes les données nécessaires à la résolution du problème.
- 4 - L'objectif le plus fréquent assigné à cette activité est l'évaluation.

Un problème classique n'évalue que des savoirs et savoir-faire, dénommés « capacités » dans les programmes.

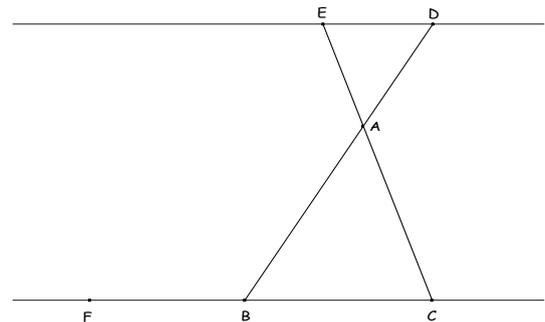
a. Un exemple de problème classique

L'unité de longueur est le centimètre.

$AB = 9$; $BC = 8,5$; $AC = 7$; $AE = 5,6$ et $BF = 6,8$.

Les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

1. Calculer AD.
2. Démontrer que les droites (EF) et (AB) sont parallèles.



b. Rédaction de la solution

Les attendus dépendent de la formulation des propriétés ou des théorèmes que l'on a fait écrire dans le cours.

Pour l'exemple ci-dessus, voici une rédaction possible :

*Énoncé du théorème :

« Si deux triangles ABC et AEF, de sommet commun A, vérifient : A, B, E alignés ; A, C, F alignés et si de plus, (EF) est parallèle à (BC) alors $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{EF}$ (les longueurs des côtés associés des deux triangles sont proportionnelles). »

Question 1

Les deux triangles EAD et ABC,
de sommet commun A, vérifient :

$$\begin{aligned} A &\in (DB) \\ B &\in (EC) \\ (DE) &\parallel (BC) \end{aligned}$$

D'après le théorème de Thalès :

$$\begin{aligned} \frac{AD}{AB} &= \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \\ \frac{AD}{9} &= \frac{5,6}{7} = \frac{DE}{8,5} \\ 7 \times AD &= 9 \times 5,6 \\ AD &= \frac{50,4}{7} \\ \boxed{AD = 7,2} \end{aligned}$$

Conclusion : AD = 7,2 cm

**Énoncé de la réciproque :*

« Si deux triangles ABC et AEF, de sommet commun A, vérifient : A, B, E alignés dans cet ordre ;

A, C, F alignés dans le même ordre que A, B, E et si de plus, $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF}$ alors (EF) est parallèle à (BC). »

Question 2

Pour savoir si les droites (EF) et (AB) sont parallèles calculons séparément $\frac{CA}{CE}$ et $\frac{CB}{CF}$.

$$\begin{aligned} \frac{CA}{CE} &= \frac{7}{12,6} \\ \frac{CA}{CE} &= \frac{70}{126} \\ \frac{CA}{CE} &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{CB}{CF} &= \frac{8,5}{15,3} \\ \frac{CB}{CF} &= \frac{85}{153} \\ \frac{CB}{CF} &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

Les triangles CAB et CEF, de sommet commun F, vérifient :

- 1) les points C ; A ; N sont alignés dans cet ordre
- 2) les points B ; A ; M sont alignés dans le même ordre que C ; A ; N

et

- 3) $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF}$

Alors d'après la réciproque du théorème de Thalès on peut affirmer que les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

II. PROBLÈME OUVERT

Le terme " problème ouvert " a été introduit par une équipe de l'IREM de Lyon, en 1984.

Voici les principales caractéristiques de l'énoncé d'un problème ouvert :

- L'énoncé est assez bref, facile à comprendre, exprimé simplement pour être très accessible aux élèves ;
- La solution n'est pas évidente et elle n'est surtout pas donnée par l'énoncé. Les problèmes du type "démontrer que " sont éliminés ;
- Tout élève peut démarrer sa recherche par tâtonnement, par des dessins, par des essais numériques, il peut engager une procédure de réponse partielle ;
- L'énoncé n'induit pas la méthode de résolution, l'élève n'est pas guidé dans sa recherche, les problèmes qui amènent à la solution par une série de questions intermédiaires sont éliminés ;
- Le problème se situe dans un champ de connaissances où l'élève peut prouver la validité de ses conjectures ;
- Les problèmes où la solution est accessible par plusieurs modes de raisonnement (algébrique, géométrique,...) sont particulièrement intéressants.

Un problème ouvert évalue des compétences listées dans le LPC (livret personnel de compétences)

- ▶ C1 - Rechercher, extraire et organiser l'information utile.
- ▶ C2 - Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.
- ▶ C3 - Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer.
- ▶ C4 - Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.

a. Un exemple de problème ouvert

Un plumeau de 8 dm de hauteur a été brisé par le vent. Le morceau de tige restée verticale mesure 2dm.

À quelle distance de la tige restée verticale le sommet touche-t-il le sol ?

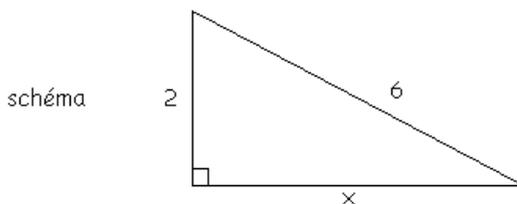


b. Rédaction d'une solution

Pour la rédaction d'une solution les attendus diffèrent de ceux des problèmes classiques. La mise en avant de compétences apparaît clairement :

- Compétence C2 : « L'élève fait un schéma ».
- Compétence C3 : « L'élève émet une hypothèse, une conjecture ».
- Compétence C4 : « L'élève ordonne et structure une solution, une conclusion, un ensemble de résultats ».

Pour l'exemple ci-dessus, voici une rédaction possible.



On suppose le triangle rectangle
On a donc l'égalité : $x^2 + 2^2 = 6^2$
Calculs : $x^2 + 4 = 36$
 $x^2 = 32$
 $x \approx 5,7$

Conclusion : Le sommet de la tige touche le sol à 5,7dm de la partie restée verticale

ANNEXE 3

QUELQUES "CLASSIQUES" DES PROBLÈMES OUVERTS

Exemple 1 : Les fractions égyptiennes

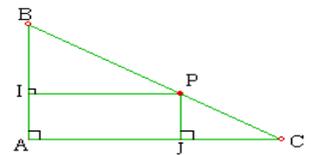
On appelle "fractions égyptiennes" les fractions dont le numérateur est égal à 1. Par exemple $\frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{2}$

Vérifie que : $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$. Cherche d'autres cas où la somme de deux fractions égyptiennes est égale à une fraction égyptienne. Essaie de trouver des méthodes....

Exemple 2 : Un problème isopérimétrique

Jean possède un fil barbelé de 75 mètres de long. Il veut clôturer son jardin avec ce fil. Ce jardin doit être rectangulaire. Il veut aussi qu'il soit le plus grand possible (c'est-à-dire qu'il puisse planter le plus de salades possible, par exemple). Comment doit-il faire ?

Exemple 3 : Plus court chemin (1) ABC est un triangle rectangle en A. Où faut-il placer P sur l'hypoténuse pour que la longueur IJ soit la plus petite possible ?



Exemple 4 : Plus court chemin (2) (classe de troisième)

Toto part de A, prend de l'eau et va en B. Pourrais-tu lui tracer le chemin le plus court ?



Exemple 5 : Somme et produit

Le nombre 27 peut s'écrire, de plusieurs façons, comme une somme d'entiers naturels.

Par exemple : $27 = 20 + 7$. Ou encore : $27 = 2 + 5 + 7 + 13$.

Trouve parmi toutes ces sommes celle dont le produit des termes est maximum. Et avec d'autres nombres ?

Exemple 6 : Droites remarquables dans un triangle

Etant données trois droites concourantes, tracer un triangle dont les trois droites sont les hauteurs.

Etant données trois droites concourantes, tracer un triangle dont les trois droites sont les médianes

Exemple 7

Dans la cour d'une ferme, il y a des poules et des lapins. J'ai pu compter 91 têtes. J'ai compté aussi 324 pattes.

Pourrais-tu m'aider à trouver le nombre de poules ? Le nombre de lapins ?

Exemple 8

Deux tours, hautes de 30 m et de 40 m, sont distantes l'une de l'autre de 50 m. Un puits est situé entre les deux tours. Deux oiseaux s'envolent en même temps du sommet de chaque tour et volent à la même vitesse.

Peux-tu déterminer la position du puits sachant que les oiseaux se posent dessus au même instant ?

Exemple 9 : Intersections

Quel nombre maximum de points d'intersections peut-on obtenir entre un rectangle et deux cercles ?

Exemple 10 : La corde

Une corde non élastique de 101 mètres est attachée au sol entre deux piquets distants de 100 mètres. Tam tire la corde en son milieu et la lève aussi haut qu'il le peut.

Peut-il passer en dessous sans se baisser ?

Données numériques : Tam mesure 1m68.



Exemple 11 : La course à 20

Peter propose à Wendy de jouer avec lui à la course à 20... Il commence en écrivant au choix 1 ou 2. Wendy ajoute 1 ou 2 au nombre de Peter. Peter, à son tour, ajoute 1 ou 2 au nombre de Wendy. Et ainsi de suite, chacun à tour de rôle ! Peter a vite trouvé une stratégie pour gagner à chaque fois.

Trouve-la et explique-la à Wendy !

Exemple 12

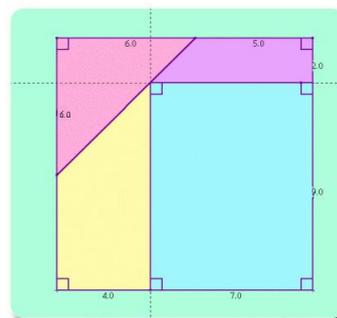
Le puzzle (D'après Guy BROUSSEAU et André PRESSIAT)

Consigne 1 :

Les élèves étant par groupe de 4, il s'agit de construire le puzzle pour que le segment qui mesure 4cm au départ mesure 6 cm. Chaque groupe décide de sa méthode puis chaque membre confectionne une pièce. On vérifie chaque essai en reconstituant le puzzle. Pour finir, chaque groupe réalise une affiche expliquant sa méthode.

Consigne 2 :

Même consigne en transformant le segment qui mesure 7cm au départ en un segment qui mesure 9cm.



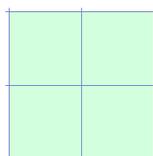
Exemple 13

Les carrés bordés (D'après un problème de l'IREM de Marseille exposé lors de la CII du 14 octobre 2005)

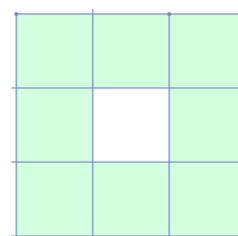
On construit plusieurs carrés à partir d'un même carré de une unité de côté et on s'intéresse au nombre de carrés sur la bordure.



Le carré unité.



Construction à partir de 2 carrés unités.
4 carrés en bordure.



Construction à partir de 3 carrés unités.
8 carrés en bordure.

Combien y aura-t-il de carrés en bordure si on fait une construction à partir de 4 carrés unités ?

Même question pour 89 carrés unités ?

Exemple 14

Construire deux carrés de sorte que le deuxième ait une aire double de celle du premier.

Exemple 15 : Le problème du maître-nageur

Un maître-nageur dispose d'une corde de 160m de longueur pour délimiter une aire rectangulaire de baignade surveillée. Où doit-il placer les bouées A et B pour que la zone de baignade ait une aire maximale ? Que vaut alors cette aire ?

(La longueur totale du cordon est de 160m, la zone de baignade obtenue a une forme rectangulaire)

ANNEXE 4

Programmes de l'enseignement des mathématiques

Extrait de : « programmes de l'enseignement des mathématiques - Préambule pour le collège - page 12 - BO spécial n° 6 du 28 août 2008 ».

4.9. L'évaluation

L'évaluation (qui ne se réduit pas au contrôle noté) n'est pas un à côté des apprentissages. Elle doit y être intégrée et en être l'instrument de régulation, pour l'enseignant et pour l'élève. Elle permet d'établir un constat relatif aux acquis de l'élève, à ses difficultés. Dans cette optique, le travail sur les erreurs constitue souvent un moyen efficace de l'action pédagogique. L'évaluation ne doit pas se limiter à indiquer où en est l'élève ; elle doit aussi rendre compte de l'évolution de ses connaissances, en particulier de ses progrès.

L'évaluation de la maîtrise d'une capacité par les élèves ne peut pas se limiter à la seule vérification de son fonctionnement dans des exercices techniques. Il faut aussi s'assurer que les élèves sont capables de la mobiliser d'eux-mêmes, en même temps que d'autres capacités, dans des situations où leur usage n'est pas explicitement sollicité dans la question posée.

L'évaluation sommative, en mathématiques, est réalisée sous trois formes complémentaires :

- des interrogations écrites courtes* dont le but est de vérifier qu'une notion ou une méthode sont correctement assimilées ;
- des devoirs de contrôle** courts et peu nombreux qui permettent de vérifier, de façon plus synthétique, la capacité des élèves à utiliser leurs acquis, à la suite d'une phase d'apprentissage ;
- certains devoirs de contrôle peuvent être remplacés par un bilan trimestriel*** qui est l'occasion de faire le point sur les acquis des élèves relatifs à une longue période d'étude.

* Ces interrogations écrites évaluent des savoirs et savoir-faire.

** Ces devoirs de contrôle évaluent des compétences.

*** Ces bilans trimestriels évaluent des savoirs, des savoir-faire et des compétences, par le biais d'exercices purement techniques, de problèmes classiques et aussi de problèmes ouverts.