

Cette pratique pédagogique a vu le jour au début des années 1990. Des collègues de l'IREM de Montpellier ont mis en place une pratique pédagogique qui permet d'utiliser des problèmes ouverts en recherche à la maison.

### **DESCRIPTION DE LA MÉTHODE**

Dans un premier temps, l'accent est mis sur l'aspect narratif.

Dans un deuxième temps, l'accent est mis sur la recherche et l'argumentation.

La mise en place de cette méthode repose sur plusieurs éléments concernant essentiellement :

- \* **le choix des énoncés ;**
- \* **les consignes données aux élèves ;**
- \* **la correction et l'évaluation des copies ;**
- \* **le compte-rendu en classe.**

Afin de ne pas trop amputer l'horaire disponible en classe pour les cours de mathématiques et surtout pour ne pas limiter le temps et les moyens de la recherche, ce travail est donné à faire à la maison.

### **LES ÉNONCÉS**

- \* L'énoncé est assez bref, exprimé simplement pour être très accessible aux élèves.
- \* La solution n'est pas évidente et elle n'est surtout pas donnée par l'énoncé. Les problèmes du type "démontrer que " sont éliminés.
- \* Tout élève peut démarrer sa recherche par tâtonnement, par des dessins, par des essais numériques et tester ou vérifier ses résultats.
- \* L'énoncé n'induit pas la méthode de résolution, l'élève n'est pas guidé dans sa recherche, les problèmes qui amènent à la solution par une série de questions intermédiaires sont éliminés.
- \* Le problème se situe dans un champ de connaissances où l'élève peut prouver la validité de ses conjectures.
- \* Les problèmes où la solution est accessible par plusieurs modes de raisonnement (algébrique, géométrique,...) sont particulièrement intéressants.

### **LES CONSIGNES DONNÉES AUX ÉLÈVES**

*Exemple de ce que l'on peut écrire en en-tête de copie :*

Vous raconterez **en détail** sur votre feuille :

- La façon dont vous prenez en compte l'énoncé ( lecture, interprétation, schéma ...)
- Les différentes étapes de votre recherche en particulier les différentes pistes que vous avez suivies y compris celles qui n'ont pas abouti. Indiquer les observations que vous avez pu faire et qui vous ont fait progresser ou changer de méthodes notamment le contrôle de vos réponses. Vous pouvez minuter le temps, joindre votre brouillon...
- La façon dont vous expliqueriez votre solution à un ou une camarade.
- L'évaluation ne portera pas sur la nature de la solution ( juste, fausse, incomplète ... ) mais sur les points ci-dessus.

### **LA CORRECTION ET L'ÉVALUATION DES COPIES... doit prendre en compte :**

#### **La recherche**

- interrogation sur l'énoncé,
- vérifications,
- cohérence du raisonnement
- enchaînement des actions,
- argumentations.

#### **La narration**

- style d'écriture,
- précision du récit,
- chronologie du récit,
- sincérité du récit,
- esprit critique.

### **LE COMPTE-RENDU EN CLASSE... doit :**

- valoriser les élèves en difficulté,
- valoriser la recherche personnelle,
- citer toutes les stratégies,
- éviter de donner trop d'importance à la solution du problème cherché,
- personnaliser le compte rendu,
- relire quelques "bons passages" de différentes narrations.

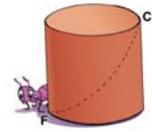
## QUELQUES TEXTES DE NARRATIONS DE RECHERCHE

### EXEMPLE 1 : (classe de troisième)

Construire deux carrés de telle sorte que le deuxième ait son aire double de celle du premier.

### EXEMPLE 2 : (classe de quatrième)

Une fourmi se trouvant en F sur un pot cylindrique veut manger de la confiture se trouvant en C. Le pot mesure 15 cm de haut et a pour diamètre 10 cm. Trouve pour la fourmi pressée la trajectoire la plus courte ainsi que sa longueur.



### EXEMPLE 3 : (classe de cinquième)

Trouve pour chacune des fractions :  $\frac{3}{5}$ ;  $\frac{4}{7}$ ;  $\frac{6}{11}$  une écriture équivalente sous forme de fraction telle que :

le dénominateur de la première soit égale au numérateur de la deuxième et le dénominateur de la deuxième égal au numérateur de la troisième

### EXEMPLE 4 : (classe de sixième)

Dans un jardin, deux escargots partent au même instant : le premier du carré de salades vers les courgettes, le second des courgettes vers le carré de salades. Chacun avance à une vitesse constante. Lorsqu'ils se rencontrent, le premier a parcouru 2 m de plus que le second. Ils reprennent leur chemin un peu découragés de voir leur objectif certainement déjà bien mangé. Ils se pressent moins et diminuent leur vitesse de moitié. Après leur rencontre, il faut 8 minutes au premier pour arriver aux courgettes et 18 minutes au second pour arriver au carré de salades.

Quelle distance y-a-t-il entre les courgettes et le carré de salades ?

### EXEMPLE 5

Prince dispose de feuilles de papier de forme carrée. Il les découpe de telle façon que tous les morceaux obtenus soient des carrés.

Peut-il avoir deux morceaux ? Trois morceaux ? Quatre morceaux ? Cinq morceaux ?

Cherche le plus grand nombre de morceaux possibles.

### EXEMPLE 6

Un petit garçon raconte ses vacances :

Il y a eu 11 jours de pluie. Pendant ces 11 jours, quand il pleuvait le matin, il faisait beau l'après-midi. Et s'il pleuvait l'après-midi, il faisait beau le matin suivant.

Au total, ce petit garçon a eu 9 matinées et 12 après-midi sans pluie.

Combien a-t-il eu de jours de vacances ?

### EXEMPLE 7

Où faut-il couper un triangle équilatéral par une parallèle à un côté pour que les deux morceaux aient le même périmètre ?

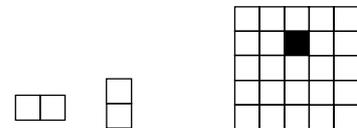
### EXEMPLE 8

On considère un plateau carré dont les côtés sont formés de  $n$  carreaux (sur le dessin, par exemple,  $n = 5$ ). Une des cases de ce plateau est noircie, on ne pourra pas l'utiliser.

Un domino est un jeton qui a la taille de deux cases du plateau collées par un bord.

Dans quels cas peut-on réussir à paver entièrement le plateau (sauf la case noire) avec des dominos ?

Vous pourrez essayer différentes tailles de plateau et différentes positions pour la case noire.



### EXEMPLE 9 : Paul et Marie

Paul et Marie ne sont pas d'accord. Paul affirme que : "Dans l'expression  $n^2 - 14n + 49$  si on remplace  $n$  par n'importe quel nombre entier, on trouve toujours un résultat différent de zéro". Marie affirme le contraire. Qui a raison ?

À nouveau, Paul et Marie ne sont pas d'accord. Paul dit : "La somme de trois nombres entiers naturels consécutifs est toujours un multiple de trois". Marie affirme le contraire. Qui a raison ?

## SUITE DES EXEMPLES AVEC COPIES D'ÉLÈVES

### EXEMPLE 10 : *Les arbres*

*Tam est bien embêté : il est en train de jardiner et veut planter 10 arbustes. Il veut les disposer en formant 5 lignes de 4 arbres et il ne sait pas comment faire !*

Trouve une disposition possible pour aider Tam dans son travail et dessine son nouveau jardin. Chaque arbre sera représenté par un point. Explique ton raisonnement en rédigeant un paragraphe argumenté qui racontera les différentes étapes de ta recherche.

#### **Recherche d'Arthur sur les arbres**

Au début je cherchais en faisant des lignes qui se croisaient de tous les côtés. J'ai senti que ceci ne marcherait pas (il faut dire que je faisais presque tout le temps la même position). Alors, j'ai pensé aux choses les plus simples, comme souvent c'est le cas. J'ai dessiné 10 croix alignées. Cette position pouvait marcher mais je n'étais pas sûr de moi, alors j'ai continué mes recherches le lendemain.

J'ai demandé à mon frère et il a cherché en même temps que moi, mais au bout de 2 minutes on cherchait toujours et j'ai trouvé.

Je n'ai pas utilisé de matériel de géométrie. J'ai juste fait mes essais sur une feuille de brouillon avec un crayon de papier et je gommais. Je n'ai utilisé aucun autre objet. Juste un crayon de papier, une gomme et une feuille.

J'ai fait ça en deux jours. En tout ça m'a fait environ 15 à 20 minutes pour trouver la solution. J'ai essayé environ une dizaine de fois avant de trouver. Après chaque essai je gommais et je recommençais.

Je croyais avoir trouvé la solution et quand on a corrigé j'ai eu bon.

Cet exercice n'était pas facile mais pas très dur non plus.

**Arthur**

#### **Recherche de Rebecca sur les arbres**

Tout d'abord j'ai commencé par poser mon sac sur la table et j'ai sorti mes cahiers de maths.

Je me suis dit Hollola ça doit être dur mais j'ai confiance en moi et j'ai essayé de faire en ligne comme Mme Hernando avait dit. Un point pouvait être sur plusieurs lignes, donc j'ai commencé à faire ça :

+.....+

..+..+.

+.....+

et j'ai vu que cela n'allait pas du tout et après j'ai commencé à me creuser la tête.

Puis j'ai demandé à ma petite sœur et j'ai essayé ça avec elle :

+...++..+

+.....+

+.....+

+..++...+

mais il faut 5 lignes de 4 arbres...

J'ai continué peu après les vacances car je me suis fait opérer donc j'ai pas eu le temps de terminer. J'ai eu l'idée de faire une ligne en diagonale avec 2 arbustes. C'est comme ça que j'ai trouvé la réponse.

**Rebecca**

### **EXEMPLE 11 : Parfums de glaces**

Tamette entre chez le marchand de glaces. Il propose 5 parfums : chocolat, fraise, citron, vanille et pomme. Elle a envie d'un cornet à 3 boules. Trouve tous les cornets qu'elle pourrait s'acheter.

#### **Recherche d'Amadou**

Au début de ma recherche, j'ai commencé à écrire les parfums de glaces sur chaque ligne. Après, j'ai mis d'autres parfums encore à côté des noms de glaces au hasard.

Mais j'ai remarqué que j'allais dans tous les sens parce que je n'avais pas de méthode. Après on s'est tous rassemblés et on a mis nos méthodes en commun. Quand c'était à mon tour de parler, je leur ai expliqué comment j'avais cherché.

J'ai eu l'idée en travaillant en groupe de faire un tableau. Chaque colonne porte le nom d'un parfum de glaces, et j'écris dedans tous les mélanges que je peux faire. Je dois faire attention de ne pas en oublier et de ne pas recopier 2 fois les mêmes mélanges.

Donc j'ai lu les 2 mélanges que j'avais déjà faits et j'ai vu que dans les 2 il y avait fraise donc ça m'a donné une idée : j'ai décidé de prendre 2 parfums et voir tout ce que je pouvais faire avec ces 2 parfums.

Ensuite, j'ai essayé avec toutes les paires possibles. A chaque fois que je faisais ça pour les autres paires j'ai remarqué qu'il y avait un cornet en moins. A la fin j'ai essayé avec vanille mais je n'en ai trouvé qu'un.

Parce-que tous les parfums étaient dans la colonne citron après j'ai remarqué que j'avais trouvé tous les parfums.

Ce que j'ai retenu dans le PPRE c'est que l'important ce n'est pas de trouver la réponse mais de chercher et d'écrire tout ce qu'on a cherché sur une feuille.

*Fini par Amadou*

#### **Recherche de Quentin**

J'ai commencé à chercher le sujet. Je n'avais pas bien compris. Donc Mme Hernando m'a aidé en expliquant le problème : il fallait chercher les cornets de glaces. J'ai calculé  $5 \times 3 = 15$  pour chercher le nombre de cornets. J'ai écrit ensuite des exemples : les glaces avec la fraises etc.

Je me suis arrêté car c'est trop long. Il y en avait bien plus que 15.

On s'est rassemblés avec les 3 autres élèves pour donner nos méthodes. Puis, chacun a recherché tout seul.

J'ai voulu simplifier le problème avec des maisons de parfums.

La maison à la fraise, au chocolat...J'ai tracé des lignes qui passaient par 3 maisons. Mais je me suis embrouillé. IL y avait plein de lignes dans tout les sens.

J'ai eu l'idée, un peu après, de faire des tâches de couleurs pour chaque parfum.

Par exemple : fraise en rouge, etc. J'ai calculé qu'il y avait 12 cornets à chaque couleur et j'ai refait ça pour les autres parfums, et j'aurais dû faire  $12 \times 5 = 60$  car il y avait 12 cornets de chaque parfum.

J'ai compté 60 cornets de glace différents.

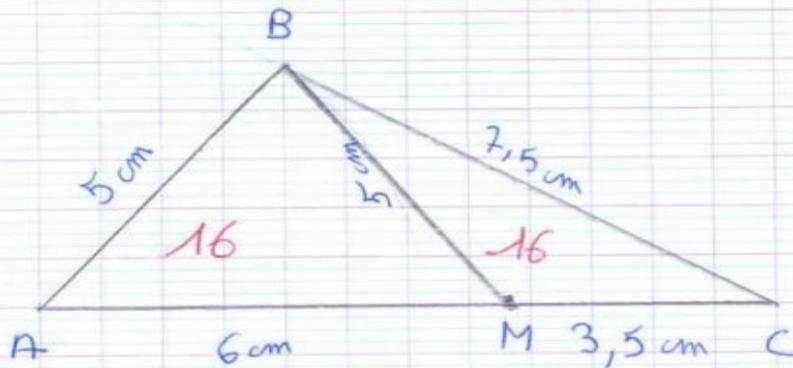
*Quentin*

**EXEMPLE 12 :**

Tracez un triangle ABC tel que  $AB = 5 \text{ cm}$  ;  $AC = 9,5 \text{ cm}$  et  $BC = 7,5 \text{ cm}$ . Où placer le point M sur le segment [AC] pour que les triangles ABM et CBM aient le même périmètre ?

1) En premier, je construis le triangle ABC et on me dit que je doit placé le point M sur [AC]. [AC] mesure  $9,5 \text{ cm}$  alors, ai l'idée de prendre le milieu de [AC] c'est  $4,75 \text{ cm}$  je le désigne par un croix et je l'appel M. Alors peu après je relie M à B pour obtenir deux triangles différent. On me dit que  $ABM = CBM$  il doivent avoir le même périmètre alors je calcul leur périmètre mais je me rend compte que  $ABM = 14,5 \text{ cm}$  et  $CBM = 14,8 \text{ cm}$  il n'ont pas le même périmètre donc c'est fause

2) je calcul le périmètre de ABC il est de  $22 \text{ cm}$  la moitié et de  $11 \text{ cm}$  alors, on déduit que  $ABM = 11 \text{ cm}$  et  $CBM = 11 \text{ cm}$ . Pour trouver où se situe M il faut que  $BA + AM = BC + CM$  alors je sais que  $BA = 5$  je partage le segment (AC) en une partie de  $6$  et une autre de  $3,5$  pour que  $5 + 6 = 11$  c'est-à-dire  $BA + AM = 11 \text{ cm}$  et que  $7,5 + 3,5 = 11$  c'est-à-dire  $BC + CM = 11 \text{ cm}$  mais  $11$  n'est pas le périmètre il faut ajouté la mesure qui il y a entre B et M ont la mesure sur notre schéma. Entre B et M il y a une longueur de  $5 \text{ cm}$ , alors j'ajoute  $5$  à  $11$  ce qui me fait  $16 \text{ cm}$  alors le périmètre de 2 triangle sera de  $16 \text{ cm}$  pour ABM et  $16 \text{ cm}$  pour CBM le périmètre est bien le même. (voir schéma dernière)



$$P_{ABM} = 16 \text{ cm} \quad P_{CBM} = 16 \text{ cm}$$

$$6 + 5 + 5 = 16 \text{ cm} \quad 3,5 + 7,5 + 5 = 16 \text{ cm}$$