MATHÉMATIQUES ET SOCLE COMMUN

STAGES 2011-12

Atelier 1

Exemples d’activités permettant de travailler des compétences

Ce document comporte trois parties :

1. Consignes de travail de l’atelier (4 pages)
2. Exemples d’activités (11 pages)
3. Complément : les narrations de recherche (3 pages)

ITEMS ABORDES ET EXPLICITATION DES ITEMS

Travail demandé

Nous devons **valider** les sept compétences du palier 3 du Livret personnel de compétences (LPC).

Dans le cadre de la validation de la compétence 3, notre attention se concentre sur huit items, répartis dans deux des domaines figurant dans la grille de référence relative à la compétence 3.

Pour chacun des exemples, il s'agit de :

- lister les ITEMS ABORDÉS et de
- donner L'EXPLICITATION DE CES ITEMS.

I. ITEMS ABORDÉS

➢ ***Domaine 1** : Pratiquer une démarche scientifique et technologique, résoudre des problèmes*

Items :

- **C1 - Rechercher, extraire et organiser l'information utile**
- **C2 - Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes**
- **C3 - Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer**
- **C4 - Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté**

➢ ***Domaine 2** : Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques*

Items :

- **D1 - Organisation et gestion de données** *(reconnaître des situations de proportionnalité, utiliser des pourcentages, des tableaux, des graphiques. Exploiter des données statistiques et aborder des situations simples de probabilité)*
- **D2 - Nombres et calculs** *(connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires. Mener à bien un calcul : mental, à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur)*
- **D3 - Géométrie** *(connaître et représenter des figures géométriques et des objets de l'espace. Utiliser leurs propriétés)*
- **D4 - Grandeurs et mesures** *(réaliser des mesures (longueurs, durées,…). Calculer des valeurs (volumes, vitesses,…), en utilisant différentes unités)*

Ces quatre derniers items sont aussi les quatre « domaines des programmes ».

II. EXPLICATION DES ITEMS

Item	Explicitation des items	Indications pour l'évaluation
C1 – Rechercher, Extraire, organiser l'information utile	***Observer, recenser des informations :*** *extraire d'un document, d'un fait observé, les informations utiles.* *Décrire le comportement d'une grandeur.* *Distinguer ce qui est établi de ce qui est à prouver ou à réfuter.* *Confronter l'information disponible à ses Connaissances.* ***Organiser les informations pour les utiliser :*** *reformuler, traduire, coder, décoder*	*L'élève extrait des informations à partir d'un ensemble de documents (papier ou numériques) et d'observations en relation avec le thème de travail.* *À partir de l'observation du fonctionnement d'un objet technique, l'élève identifie qualitativement les grandeurs d'entrée et de sortie et est capable de les quantifier dans des cas simples.* *À partir d'une observation, d'une série de mesures, d'un tableau, l'élève repère lui-même le comportement d'une grandeur.* *Dans un document traitant d'un sujet d'actualité ou faisant débat, l'élève distingue les faits établis des faits à prouver ou à réfuter.* *Au cours d'une étude de documents, dans un énoncé, l'élève repère des informations en accord ou non avec ses connaissances antérieures.* *L'élève traduit une information codée (écriture conventionnelle, schéma normalisé, graphique…).* *L'élève traduit une information simple avec une codification choisie et pertinente (sur un document papier ou informatique).* *L'élève utilise une calculatrice ou un tableur pour organiser l'information utile sous la forme d'un graphique ou d'un tableau.*

C2 – Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes	*Suivre un protocole, un programme (de construction ou de calcul).* *Mesurer : lire et estimer la précision d'une mesure.* *Calculer, utiliser une formule.* *Utiliser un instrument (de construction, de mesure ou de calcul), une machine, un dispositif.* *Construire en appliquant des consignes et en respectant des conventions, un schéma, un tableau, un dessin, un graphique, une figure géométrique*	*L'élève suit un programme ou un protocole simple dans un contexte nouveau ou plus complexe en respectant les règles de sécurité.* *L'élève réalise une mesure avec un instrument qu'il connaît. Il en connaît les caractéristiques (précautions, estimation de l'erreur, conditions d'utilisation).* *L'élève mène à bien un calcul numérique, utilise une expression littérale.* *L'élève utilise en autonomie une machine, un instrument, un dispositif, en respectant les règles d'usage et de sécurité.* *L'élève réalise une construction géométrique avec les instruments ou avec un logiciel de géométrie en autonomie.* *L'élève construit un tableau en choisissant lui-même un paramètre de représentation* *L'élève fait un schéma, une figure normale, agrandie ou réduite, en utilisant des règles de représentation qu'il a apprises.* *L'élève fait un dessin scientifique ou technique en utilisant des règles de représentation qu'il a apprises.* *L'élève construit un graphique en choisissant lui-même un paramètre de représentation (échelle, axes,…).*

C3 - Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer	***Proposer une démarche de résolution :*** *formuler un problème ;* *comparer une situation à un modèle connu ;* *émettre une hypothèse, une conjecture* *proposer une méthode, un calcul, un algorithme, une procédure, une expérience (protocole), un outil adapté ;* *faire des essais ;* *choisir, adapter une méthode, un protocole.* ***Exploiter les résultats :*** *confronter le résultat obtenu au résultat attendu ; mettre en relation ; déduire ; valider ou invalider la conjecture, l'hypothèse.*	*L'élève distingue, dans un contexte simple, les questions auxquelles on peut répondre directement, celles qui nécessitent un traitement et celles pour lesquelles l'information est insuffisante.* *L'élève participe à une formulation d'un problème simple à partir d'observations, de données ou d'essais erreurs.* *Dans un tel cadre, il formule une conjecture.* *L'élève participe à la conception d'une méthode, d'un programme de construction ou de calcul, d'un algorithme correspondant à la question posée ou à la conjecture (hypothèse) proposée.* *L'élève adapte une méthode, un algorithme, un programme, à une situation proche.* *Le protocole ou l'algorithme étant donné, l'élève prévoit les informations ou les résultats qu'il peut en tirer.* *Le problème étant clairement identifié, l'élève met en œuvre une démarche d'investigation ou par essais erreurs, applique une formule, un algorithme, un théorème.* *L'élève conduit un raisonnement pour démontrer une propriété ayant fait l'objet d'une conjecture.* *L'élève décrit l'influence d'un paramètre sur le phénomène étudié.* *L'élève exploite les résultats pour valider ou invalider chacune des hypothèses (ou conjectures) proposées.* *L'élève contrôle la vraisemblance d'un résultat en faisant un calcul d'ordre de grandeur.* *L'élève peut expliquer une méthode, un algorithme, un raisonnement qu'il a mis en œuvre.*

C4 – Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté	*Présenter, sous une forme appropriée, une situation (avec une formulation adaptée), un questionnement, une conjecture, une démarche (aboutie ou non), un algorithme, un résultat, une solution :* *• au cours d'un débat ;* *• par un texte écrit ;* *• à l'oral ;* *• par une représentation adaptée (schéma, graphique, tableau, figure…) ;* *• dans un environnement informatique.*	*L'élève ordonne et structure une solution, une conclusion, un ensemble de résultats.* *L'élève propose un ou des modes d'expression ou de représentation appropriés pour exprimer le résultat de sa recherche (mesure, calcul, construction, expérimentation, réalisation).* *L'élève sait rendre compte de la démarche de résolution selon une forme qu'il choisit.* *L'élève utilise un tableur, un logiciel de traitement de textes, un logiciel de géométrie ou de représentation graphique, un modeleur volumique pour présenter des données, une démarche, un résultat.*

D1 – Organisation et gestion de données : reconnaître des situations de proportionnalité, utiliser des pourcentages, des tableaux, des graphiques. Exploiter des données statistiques et aborder des situations simples de probabilité	***En situation, l'élève est capable de :*** *• reconnaître si deux grandeurs sont ou non proportionnelles et, dans l'affirmative :* *- déterminer et utiliser un coefficient de proportionnalité ;* *- utiliser les propriétés de linéarité ;* *- calculer une quatrième proportionnelle.* *• relier pourcentages et fractions.* *• appliquer un pourcentage.* *• calculer un pourcentage, une fréquence.* *• repérer un point sur une droite graduée, dans un plan muni d'un repère orthogonal.* *• lire des données présentées sous forme de tableaux, de graphiques.* *• effectuer, à la main ou avec un tableur grapheur, des traitements de données. Les données seront, autant que possible, recueillies à l'issue d'expériences ou d'enquêtes.* *• utiliser un tableur-grapheur pour :* *- présenter des données ;* *- calculer des effectifs, des fréquences, des moyennes ;* *- créer un graphique ou un diagramme.* *• déterminer des probabilités dans des contextes familiers par :* *- un calcul exact lorsque la situation le permet ;* *- des fréquences observées expérimentalement dans le cas contraire.*	*L'élève doit savoir reconnaître et traiter une situation de proportionnalité :* *• à partir d'un graphique ;* *• à partir d'une représentation à l'échelle ;* *• en l'associant à une description du type « je multiplie par a ».* *Les nombres en jeu sont entiers, décimaux ou fractionnaires.* *L'exigence porte sur l'application d'un pourcentage, le calcul d'un pourcentage.* *Les coordonnées d'un point du plan s'expriment par des entiers, des décimaux ou fractions simples.* *Les traitements de données interviennent essentiellement pour exprimer et exploiter les résultats de mesures d'une grandeur dans le cadre d'une étude statistique.* *L'utilisation du tableur-grapheur permet de passer d'un mode de représentation à un autre.* *Les nombres en jeu sont des décimaux relatifs ou des quotients simples.* *L'élève doit savoir créer, interpréter, comprendre, utiliser une formule comprenant non seulement des références relatives, mais aussi des références absolues (les références mixtes sont exclues).* *Les exigences portent uniquement sur les expériences aléatoires à une épreuve.*

D2 – Nombres et calculs : connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires. Mener à bien un calcul : mental, à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur	***En situation, l'élève est capable de :*** *• traduire les données d'un exercice à l'aide de nombres relatifs.* *• mobiliser des écritures différentes d'un même nombre.* *• comparer des nombres.* *• choisir l'opération qui convient.* *• maîtriser de manière automatisée les tables de multiplication « dans un sens ou dans l'autre » pour effectuer un calcul mental simple, un calcul réfléchi, un calcul posé portant sur des nombres de taille raisonnable.* *• mener à bien un calcul instrumenté (calculatrice, tableur).* *• conduire un calcul littéral simple.* *• évaluer mentalement un ordre de grandeur du résultat avant de se lancer dans un calcul.* *• contrôler un résultat à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur.*	*Les nombres utilisés sont les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire.* *La comparaison des nombres en écriture fractionnaire se limite au cas de deux nombres positifs ; la mise au même dénominateur doit pouvoir se faire par simple calcul mental.* *Connaître la signification de la racine carrée d'un nombre positif* *Les opérations mobilisées sont :* *• les quatre opérations sur les nombres relatifs entiers, décimaux ;* *• la multiplication des nombres relatifs en écriture fractionnaire ;* *• l'addition, la soustraction des nombres relatifs en écriture fractionnaire, dans le cas où la mise au même dénominateur peut se faire par calcul mental.* *Pour la division décimale posée les nombres décimaux comportent au maximum deux chiffres après la virgule et le diviseur est un entier inférieur à 10.* *Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur exacte ou approchée de la racine carrée d'un nombre positif* *Le calcul littéral porte sur :* *• le calcul de la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques ;* *• la réduction d'une expression simple du premier degré à une variable du type ax+b, avec a et b décimaux le développement d'une expression du premier degré à une variable du type a(bx+c).* *L'exigence porte sur l'ordre de grandeur d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient de deux nombres décimaux.*

D3 – Géométrie : connaître et représenter des figures géométriques et des objets de l'espace. Utiliser leurs propriétés	***En situation, l'élève est capable de :*** *• effectuer des constructions simples en utilisant :* *- des outils (instruments de dessin, logiciels)* *- des définitions, des propriétés (en acte et sans nécessité d'indiquer ou de justifier la méthode choisie).* *Les tracés doivent pouvoir être réalisés sur papier uni ou support informatique.* *• utiliser les propriétés d'une figure et les théorèmes de géométrie pour résoudre par déduction un problème simple.* *• raisonner, démontrer.* *Les supports sont des configurations immédiatement lisibles ; les raisonnements ne font pas systématiquement l'objet d'une mise en forme écrite.* ***Il est seulement attendu des élèves qu'ils sachent utiliser en situation les propriétés.*** *• interpréter une représentation plane d'un objet de l'espace, un patron.*	Les exigences portent sur : • la construction d'une figure à partir de données suffisantes sur des longueurs ou des angles • la construction d'une figure symétrique d'une figure donnée par rapport à un axe ou un centre ; • le dessin à main levée d'une représentation en perspective cavalière d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution • l'agrandissement ou la réduction d'une figure ; • la représentation d'une sphère et de certains de ses grands cercles. Mobiliser une propriété pour élaborer une déduction simple. L'évaluation s'effectue **oralement ou en situation**, sans exigence particulière de mise en forme des justifications. Les exigences portent sur la reconnaissance, la représentation et l'utilisation de sections planes de solides usuels (cube, parallélépipède rectangle, prisme droit, cylindre, sphère).

D4 – Grandeurs et mesures : réaliser des mesures (longueurs, durées,…). Calculer des valeurs (volumes, vitesses,…), en utilisant différentes unités	***En situation, l'élève est capable de :*** *• mesurer une distance, un angle, une durée.* *• calculer une longueur, une aire, un volume, une durée, une vitesse.* *Les exigences concernant les données permettant le calcul sont les mêmes que celles de la partie « nombres et calcul ».* *• effectuer des conversions d'unités relatives aux grandeurs étudiées.* *Les exigences concernant les mesures données sont les mêmes que celles de la partie « nombres et calcul ».*	*Les exigences portent sur la mesure et le calcul des grandeurs suivantes : longueur, angle, aire, volume, durée et vitesse.* *L'élève doit connaître et utiliser l'effet d'une réduction ou d'un agrandissement sur l'aire et le volume.* *Les exigences portent sur la connaissance des unités de longueur, aire, volume, masse et vitesse et sur la maîtrise des changements d'unités.*

EXEMPLES D'ACTIVITÉS DE FORMATION ET D'ÉVALUATION

I. Socle commun et programme

« Mettre en œuvre le socle commun implique de faire vivre concrètement en classe deux objectifs de formation : le souhaitable pour tous **(le programme)**, le nécessaire à tous **(le socle commun)**. De façon analogue, l'évaluation revêt donc un double enjeu : mesurer la maîtrise du programme et mesurer celle des exigibles du socle commun. »

Extrait du Document ressource pour le socle commun dans l'enseignement des mathématiques au collège - mai 2011

II. Comment travailler les compétences en mathématiques : La formation et l'évaluation

*« Les nouveaux programmes de mathématiques du collège, publiés au B.O. spécial n° 6 du 28 août 2008, … créent des exigences nouvelles pour **la formation** et l'**évaluation** des élèves…*
Pour donner du sens aux mathématiques enseignées et cultiver chez les élèves le goût de faire des mathématiques, les programmes recommandent d'introduire certaines notions au travers d'une situation-problème. L'intérêt de cette démarche est de montrer la pertinence de l'outil construit pour la résolution du problème. »

Extrait du « Vade-mecum pour les mathématiques Sept. 2009 ».

« La résolution de problèmes doit constituer le vecteur principal de l'évaluation. Cela est vrai aussi bien pour l'évaluation de l'acquisition du programme que pour celle du socle commun : l'évaluation ne peut être pertinente que si elle porte sur les attendus. »

Extrait du « Document ressource pour le socle commun dans l'enseignement des mathématiques au collège mai 2011 »

III. Tâche simple / tâche complexe

Un constat
Le programme international PISA* de l'OCDE** pour le suivi des acquis des élèves existe depuis 1997. Des évaluations sont conduites tous les trois ans. Les résultats obtenus lors des différentes enquêtes de PISA montrent que **les élèves français réussissent très correctement les tâches simples mais rencontrent des difficultés lorsqu'il s'agit d'effectuer une tâche dite« complexe »** .

***PISA** : *Programme International pour le Suivi des Acquis des élèves*
**OCDE : *Organisation de Coopération et de Développement Économique*

Qu'est ce qu'une tâche simple ? Qu'est ce qu'une tâche complexe ?

- **Une tâche simple** est une tâche qui incite davantage à des reproductions de procédures. Une tâche simple permet de travailler ou d'évaluer des **savoirs** et des **savoir-faire (« capacités »** énoncées dans les programmes), elle laisse peu d'initiative à l'élève.

- **Une tâche complexe** est une tâche mobilisant plusieurs ressources. Une tâche complexe ne se réduit pas à l'application d'une procédure automatique, mais nécessite l'élaboration d'une stratégie (pas forcément experte). Chaque élève peut adopter une démarche personnelle de résolution pour réaliser la tâche. Une tâche complexe conduit les élèves à exprimer de véritables **compétences** dans des situations nouvelles.

IV. EXEMPLES D'ACTIVITÉS DE FORMATION ET D'ÉVALUATION (TÂCHES COMPLEXES)

EXEMPLE 1

Un chemin rectiligne et de pente constante relie un point A situé à l'altitude 250m à un point B situé à l'altitude 520m. Ce chemin a une longueur exacte de 1230m

1) Si un piéton a parcouru le tiers du chemin reliant A et B quelle est son altitude?

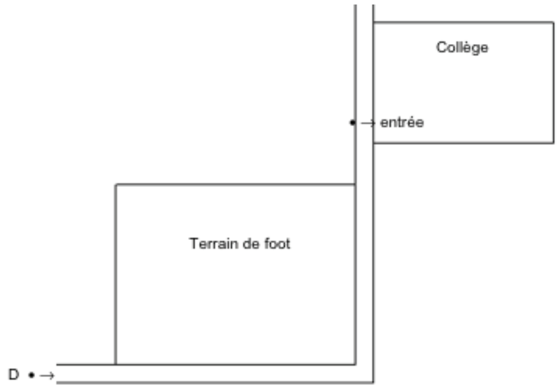
2) Si un piéton est à l'altitude 358m quelle distance a-t-il parcouru depuis le point A?

Items abordés	Explication des Items

EXEMPLE 2 (*En annexe copie d'élève*) *D'après Banque de situations d'apprentissage et d'évaluation pour la compétence 3*

Théo se rend au collège. Il est pressé d'arriver parce qu'il est en retard. Au lieu d'emprunter le chemin habituel, il décide de couper en diagonale le terrain de foot qui le sépare du collège. Théo marche à la vitesse moyenne de 4,5 km/h.

Quelle économie de temps Théo peut-il espérer faire en prenant le raccourci ? Calculez l'économie de temps, en minutes et secondes.
Le schéma ci-contre est un plan du quartier du collège.
Le terrain de foot est un rectangle de 400 m de longueur et de 300 m de largeur. Théo se trouve actuellement au point D.



Items abordés	Explication des Items

EXEMPLE 3 (*En annexe copie d'élève*)

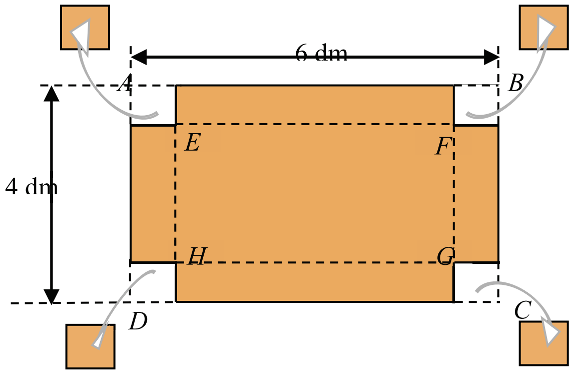
Une corde non élastique de 101 mètres est attachée au sol entre deux piquets distants de 100 mètres. Aurélien tire la corde en son milieu et la lève aussi haut qu'il peut.
Sachant qu'il mesure 1,68m, peut-il passer en dessous sans se baisser ?

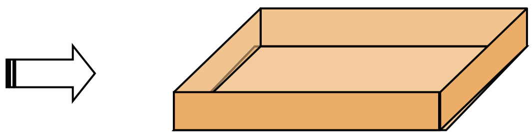
Items abordés	Explication des Items

EXEMPLE 4 : **Patrons de récipients** (Documents ressources pour le collège - du numérique au littéral –Éduscol).

Dans une fabrique de boîtes en carton on dispose de plaques rectangulaires de longueur 6 dm et de largeur 4 dm. Avec de telles plaques on veut fabriquer des boîtes sans couvercle dont la forme est un pavé dont le volume est 6dm^3. Pour cela on découpe, dans chaque plaque, quatre carrés identiques.

Problème :Déterminer la longueur des côtés des carrés à découper ?





La base de la boîte est le rectangle *EFGH*.

Items abordés	Explication des Items

EXEMPLE 5 : **QUI EST VOTRE IDOLE ?**

1) Choisissez votre chiffre favori entre 1 et 9.
2) Multipliez-le par 3.
3) Additionnez 3 et multipliez le résultat obtenu par 3.
4) Vous obtiendrez un nombre de 2 chiffres.
5) Additionnez ces chiffres ensemble.

Avec le chiffre obtenu voyez qui est votre modèle selon la liste ci-dessous :

1. Marc LIÈVREMONT
2. Laure MANADOU
3. Thierry HENRI
4. Christine ARRON
5. Patrick VIERA
6. Malia METELLA
7. Sébastien LOEB
8. Lucie DECOSSE
9. Mon prof de math
10. Ladji DOUCOURE
11. Brahim ASLOUM
12. Richard GASQUET
13. Frédérique JOSSINET
14. Tony PARKER
15. Céline Lebrun

Hum ....
Je sais...
Plusieurs personnes m'ont en admiration... normal ...
Arrêtez de chercher d'autres chiffres.
Je suis votre idole, faites-vous à cette idée !

Items abordés	Explication des Items

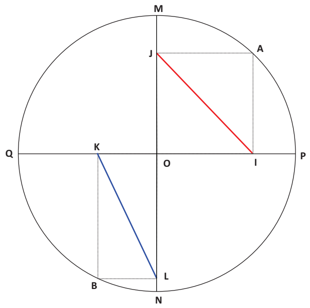
EXEMPLE 6 : *(d'après Olympiades mathématiques belges)*

Une balle flottait sur un lac lorsque celui-ci gela. Sans rompre la glace, on a ôté la balle, qui a laissé un trou de 24cm de diamètre et de 8cm de profondeur.
Quel est le rayon de la balle, en centimètres ?

Items abordés	Explication des Items

EXEMPLE 7 **CONFIGURATIONS GÉOMÉTRIQUES**
(Documents ressources pour le collège - *Géométrie – Éduscol*).

La figure ci-contre représente un cercle de centre O et deux de ses diamètres perpendiculaires.
OIAJ et OKBL sont deux rectangles.
Quel est le plus long des deux segments [IJ] ou [KL] ?



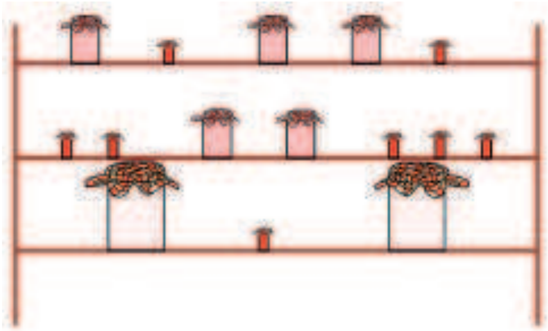
Items abordés	Explication des Items

EXEMPLE 8

Sur cette carte, l'emplacement d'une réserve protégée doit se situer à moins de 7,5 cm de Marseille, à moins de 4 cm de Montpellier et à moins de *2* cm de Nîmes.
Quelle est la ville qui se trouve dans la réserve ?

Items abordés	Explication des Items

EXEMPLE 9 *(En annexe copie d'élève)* D'après Rallye maths primaire.



Maman a terminé ses confitures, qu'elle conserve dans ses petits, moyens et grands pots. Elle les range sur trois étagères en faisant très attention d'y répartir exactement le même poids.
Combien pèse le plus grand pot si le plus petit pèse 250 g ?

Items abordés	Explication des Items

ANNEXE

COPIES D'ELEVES

EXEMPLE 2

Elève 1

La diagonale d'un terrain de Foot de 300m de large et de 400m de longueur =

=> $\sqrt{L^2+l^2} = \sqrt{400^2+300^2} = 500m.$

Donc la diagonale de ce terrain de foo de 500m.

Le chemin habituel est égal à la longueur terrain + la largeur du terrain

$L+l = 400+300 = 700m.$

$700 - 500 = 200m$

Donc il économise 200m.

4,5km/h = 4500 m/h

$\frac{4500}{60}$ = 75 m/minute.

Donc il fait 75 m/minute.

$\frac{200}{75}$ = 2 minutes et 0,66666....×60

$\frac{200}{75}$ = 2 minutes et 40 secondes.

Donc en coupant à la diagonale le terrain de foot, Théo économise 2 minutes et 40 secondes.

Elève 2

On sait que ABC est un triangle rectangle en A
On d'après le théorème de pythagore
$CB^2 = AC^2 + AB^2$
Donc $CB^2 = CA^2 + AB^2$
$CB^2 = 300^2 + 400^2$
$CB^2 = 90\,000 + 160\,000 = 250\,000$
$CB = \sqrt{250\,000}$
$CB = 500$ m

Pour calculer la durée qu'il va mettre pour traverser la diagonale du terrain de foot nous faisons la règle de 3.

500 m = 0,5 km

longueur (km)	durée (min)
4,5 km	60 min
0,5 km	7 min

Théo va mettre 7 min pour traverser la diagonale du terrain de foot

Pour calculer la durée qu'il va mettre pour arriver au collège en passant par la route on utilise la règle de 3

longueur (m)	durée (min)
4 500 m	60 min
700 m	9 min 3 sec

4,5 km = 4500 m

Théo vas mettre 9 min et 3 sec pour arriver au collège si il empreintait la route

Pour savoir si il vas mettre plus de temps par la route ou la diagonale du terrain de foot ont les soustrait

9,3 - 7 = 2,3

Théo va économiser 2 min et 3 sec si il passe par la diagonale du terrain de foot

Elève 3

4 Convertissons 4,5 km/h en m/s

$4,5\ km/h = \frac{4500\ m}{3600\ s} = 1,25\ m/s$

~~5 Calculons~~ Calculons CD

On sait que ACB est un triangle rectangle, or d'après le théorème de Pythagore
Donc : $CB^2 = CA^2 + AB^2$
$AB^2 = 300^2 + 400^2$
$AB^2 = 90000 + 160000 = 250000$
$AB = \sqrt{250000} = 500$

Donc, CB = 500 m

II Trouvons l'operation si il est en en collège normallement (N) ou avec Raccourci (R)

$N = x + 700 + y$
$R = x + 500 + y$

III Calculons l'economie de temps qu'il a gagné

$N - R = \cancel{x} + 700 + \cancel{y} - \cancel{x} + 500 + \cancel{y} = 200$ m

Donc il a gagné 200 m

$\boxed{\text{Soit en temps}}$

1 En seconde

$\frac{N-R}{1{,}25} = \frac{x+700+y - x+500+y}{1,25} = \frac{200}{1,25} = 160$ s

Donc il a gagné une economie de 160 secondes si il va à 4,5 km/h

2 En minute

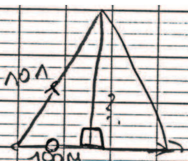
$\frac{160}{60} = 2,40$ minute

Donc il a gagné une économie de 2 min 40 s si il va à 4,5 km/h

EXEMPLE 3

Elève 1

Exercice 4;



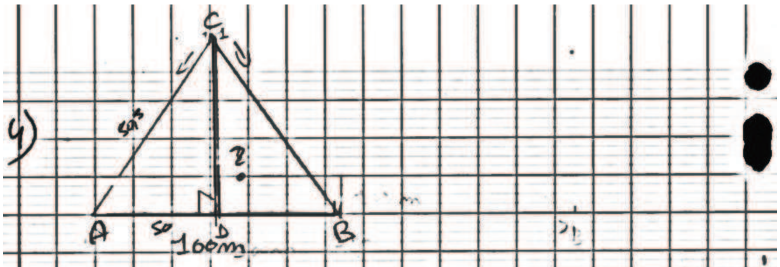
O = 50 M.
50,50 M.

101 = 100 + x.
101 − 100 = 1
x = 1.

? = 1 m.
Aurelien = 1,68.

Il ne pourra pas passer, parce qu'il mesure 1,68 et on peut lever la corde à 1 m.

Elève 2



ACB = 101 m donc $AC = \frac{ACB}{2} = \frac{101}{2} = 50{,}5$ m

Donc AC = 50,5 m

AD = AB

On sait que ACD est un triangle rectangle en D, D'après le théorème de Phytagore

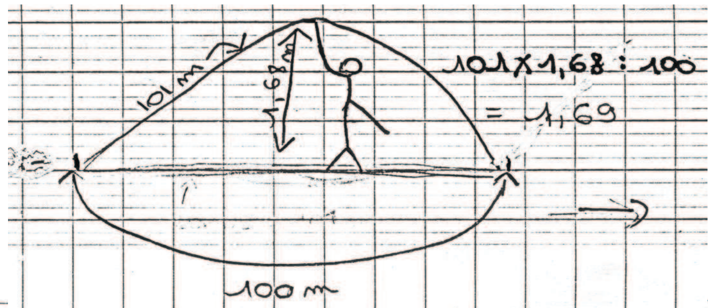
Donc $DC^2 = AC^2 - AD^2$

$DC^2 = 50{,}5^2 - 50^2 = 2550{,}25 - 2500 = 50{,}25$

$DC^2 = \sqrt{50{,}25} \approx 7{,}08$ m

Donc il pourra passer sous la corde.

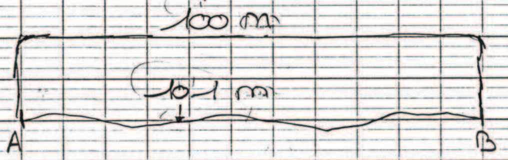
Elève 3



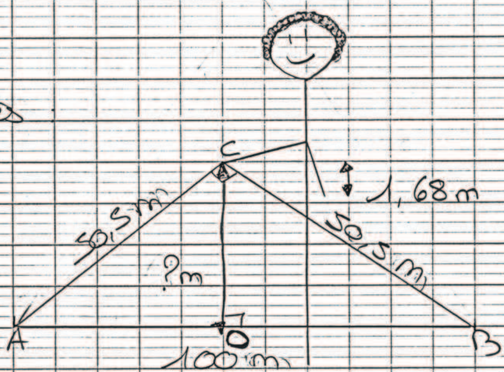
Il peut passer sous la corde car il y a 1 cm d'écart du sol à la corde par rapport à la taille d'Aurélien.

Elève 4

avant :



après :



On sait que CBD est un triangle rectangle en D

On d'après le theorème de phythagore

Donc : $CB^2 = CD^2 + DB^2$

$CD^2 = CB^2 - DB^2$

$CD^2 = 50{,}5^2 - 50^2$

$CD^2 = 2550{,}25 - 2500 = 5050{,}25$

$CD = \sqrt{5050{,}25} = 71$

$CD = 71$ m

erreur de calcul !

Aurélien pourra passer en dessous.

Elève 5

Exercice n°4 :

D'après Pythagore dans le triangle rectangle ABD rectangle en D on a,

D'une part $AB^2 = AD^2 + DB^2$

D'autre part $DB^2 = AB^2 - AD^2$

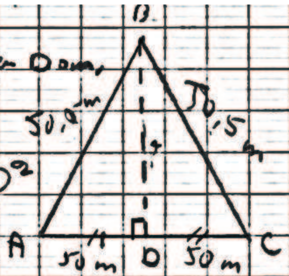
$DB^2 = 50{,}5^2 - 50^2$

$DB^2 = 2550{,}25 - 2500$

$DB^2 = 50{,}25$ m

$DB \simeq \sqrt{50{,}25}$ m $= 7{,}1$ m (arrondi au $\frac{1}{10}$e près)

Il passe sous la corde car elle fait 7,1 m en la levant.



EXEMPLE 9

Elève 1

On trouve le résultat les pots identiques de la 1ère rangé et de la 2ème rangé.

Donc en faisant ceci on aperçoit que un moyen pot équivaut à 3 petit pot.
(□ = □ □ □)

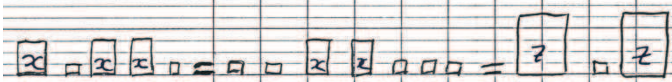
On fait pareil que au-dessus

En mettant une barre entre les 2 on connait le poids des gros car
un moyen = 3 × 250 = 750 g
deux petit = 2 × 250 = 500 g
750 g + 500 g = 1 250 g

Un gros équivaut à 5 petit = 1250 g

Elève 2

Exercice 2 :



x : pot moyen
z : gros pot
y : poids total de l'étagère.

1) $x + 250 + x + x + 250 = 250 + 250 + x + x + 250 + 250 + 250 = z + 250 + z$

2) $3x + 500 = 2x + 1250$
$3x - 2x = 1250 - 500$
$1x = 750$ Pot moyen : 750 g.

3) $2z + 250 = 5 \times 250 + 2 \times 750$
$2z + 250 = 1250 + 1500$
$2z = 2750 - 250$
$2z = 2500$
$z = \frac{2500}{2} = 1250$

Le grand pot pèse 1250 g.

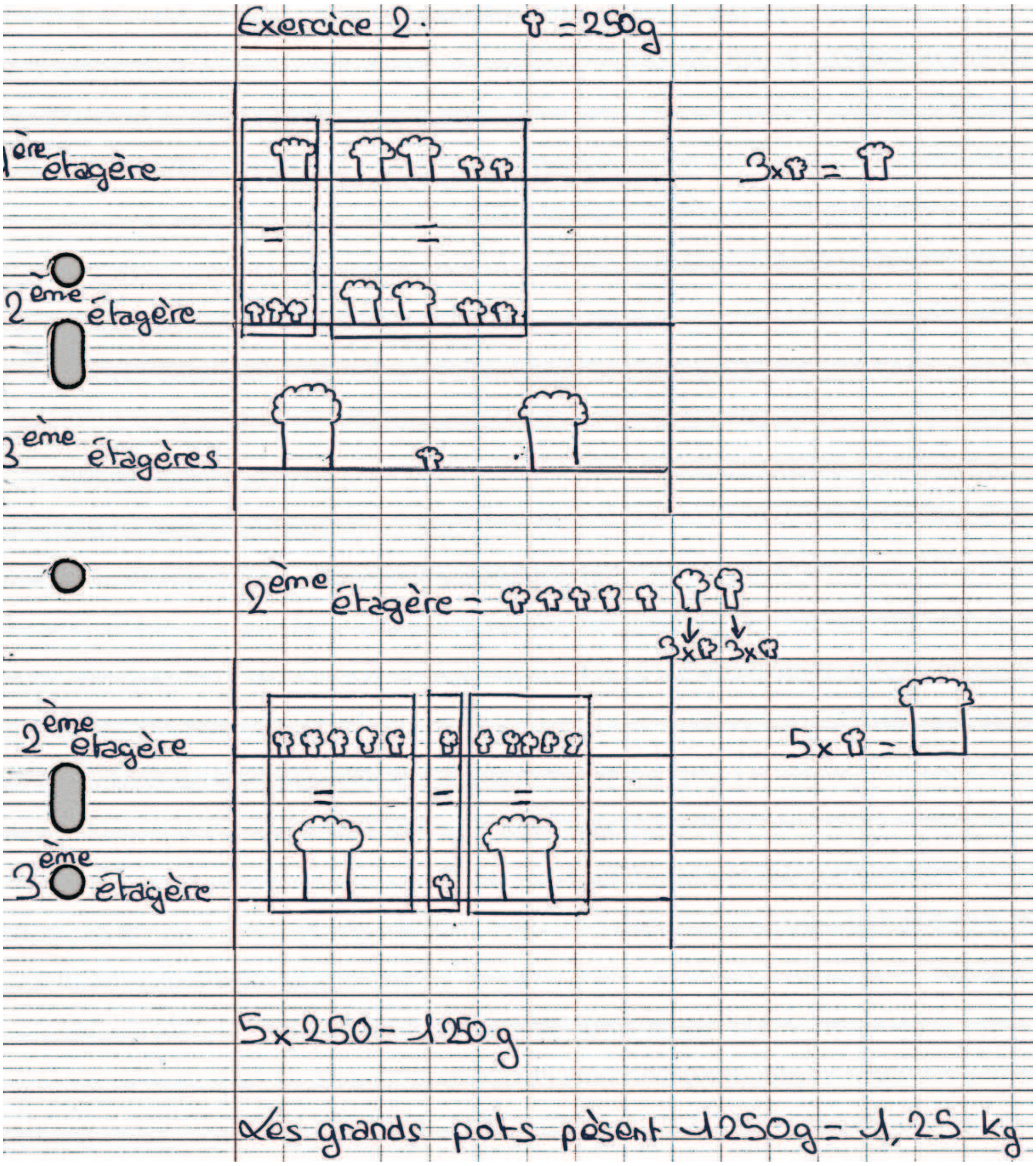
Elève 3

Exercice 2:

S'il on compare les 2 premières étagères, on peut constater que 3 petits pots font le poids de 1 pot moyen. Donc:

- le poids de la première étagère est de 2750 g: (2x250)+(3x750)=2750
- le poids de la deuxième étagère est de 2750 g: (5x250)+(2x750)=2750
- le poids des 2 gros pots de la troisième étagère est de 2500g: 2750-250=2500
- le poids de 1 gros pot est de 1250 g: 2500:2=1250.

Elève 4



AUTRES EXEMPLES D'ACTIVITÉS DE FORMATION ET D'ÉVALUATION

Les narrations de recherche

Cette pratique pédagogique a vu le jour au début des années 1990. Des collègues de l'IREM de Montpellier ont mis en place une pratique pédagogique qui permet d'utiliser des problèmes ouverts en recherche à la maison.

DESCRIPTION DE LA MÉTHODE

Dans un premier temps, l'accent est mis sur l'aspect narratif.
Dans un deuxième temps, l'accent est mis sur la recherche et l'argumentation.

La mise en place de cette méthode repose sur plusieurs éléments concernant essentiellement :

- **le choix des énoncés ;**
- **les consignes données aux élèves ;**
- **la correction et l'évaluation des copies ;**
- **le compte-rendu en classe.**

Afin de ne pas trop amputer l'horaire disponible en classe pour les cours de mathématiques et surtout pour ne pas limiter le temps et les moyens de la recherche, ce travail est donné à faire à la maison.

LES ÉNONCÉS

* L'énoncé est assez bref, exprimé simplement pour être très accessible aux élèves.
* La solution n'est pas évidente et elle n'est surtout pas donnée par l'énoncé. Les problèmes du type "démontrer que " sont éliminés.
* Tout élève peut démarrer sa recherche par tâtonnement, par des dessins, par des essais numériques et tester ou vérifier ses résultats.
* L'énoncé n'induit pas la méthode de résolution, l'élève n'est pas guidé dans sa recherche, les problèmes qui amènent à la solution par une série de questions intermédiaires sont éliminés.
* Le problème se situe dans un champ de connaissances où l'élève peut prouver la validité de ses conjectures.
* Les problèmes où la solution est accessible par plusieurs modes de raisonnement (algébrique, géométrique,..) sont particulièrement intéressants.

LES CONSIGNES DONNÉES AUX ÉLÈVES

Exemple de ce que l'on peut écrire en en-tête de copie :

Vous raconterez **en détail** sur votre feuille :

- La façon dont vous prenez en compte l'énoncé (lecture, interprétation, schéma …)
- Les différentes étapes de votre recherche en particulier les différentes pistes que vous avez suivies y compris celles qui n'ont pas abouti. Indiquer les observations que vous avez pu faire et qui vous ont fait progresser ou changer de méthodes notamment le contrôle de vos réponses. Vous pouvez minutez le temps, joindre votre brouillon…
- La façon dont vous expliqueriez votre solution à un ou une camarade.
- L'évaluation ne portera pas sur la nature de la solution (juste, fausse, incomplète …) mais sur les points ci-dessus.

LA CORRECTION ET L'ÉVALUATION DES COPIES… doit prendre en compte :

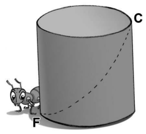
La recherche	La narration
- interrogation sur l'énoncé,	- chronologie du récit,
- vérifications,	- précision du récit,
- cohérence du raisonnement	- sincérité du récit,
- enchaînement des actions,	- esprit critique,
- argumentations.	- .style d'écriture

LE COMPTE-RENDU EN CLASSE… doit :

- valoriser les élèves en difficulté,
- valoriser la recherche personnelle,
- citer toutes les stratégies,
- éviter de donner trop d'importance à la solution du problème cherché,
- personnaliser le compte rendu,
- relire quelques "bons passages" de différentes narrations.

EXEMPLE 1 : (classe de troisième)
Construire deux carrés de telle sorte que le deuxième ait son aire double de celle du premier.

EXEMPLE 2 : (classe de quatrième)
Une fourmi se trouvant en F sur un pot cylindrique veut manger de la confiture se trouvant en C. Le pot mesure 15 cm de haut et a pour diamètre 10 cm.
Trouve pour la fourmi pressée la trajectoire la plus courte ainsi que sa longueur.



EXEMPLE 3 : (classe de cinquième)
Trouve pour chacune des fractions : $\frac{3}{5};\frac{4}{7};\frac{6}{11}$ une écriture équivalente sous forme de fraction telle que : le dénominateur de la première soit égale au numérateur de la deuxième et le dénominateur de la deuxième égal au numérateur de la troisième

EXEMPLE 4 : (classe de sixième)
Dans la cour d'une ferme, il y a des poules et des lapins. J'ai pu compter 15 têtes. J'ai compté aussi 42 pattes. Pourrais-tu m'aider à trouver le nombre de poules ? Le nombre de lapins ?

Dans la cour d'une ferme, il y a des poules et des lapins. J'ai pu compter 91 têtes. J'ai compté aussi 324 pattes. Pourrais-tu m'aider à trouver le nombre de poules ? Le nombre de lapins ?

EXEMPLE 5
Un petit garçon raconte ses vacances :
Il y a eu 11 jours de pluie. Pendant ces 11 jours, quand il pleuvait le matin, il faisait beau l'après-midi. Et s'il pleuvait l'après-midi, il faisait beau le matin suivant.
Au total, ce petit garçon a eu 9 matinées et 12 après-midi sans pluie.
Combien a-t-il eu de jours de vacances ?

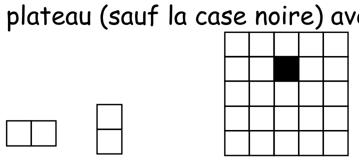
EXEMPLE 6
Tracer un triangle ABC tel que AB = 5 cm ; AC = 9,5 cm et BC = 7,5 cm.
Où placer le point M sur le segment [AC] pour que les triangles ABM et CBM aient le même périmètre ?

EXEMPLE 7 (classe de sixième)
Où faut-il couper un triangle équilatéral par une parallèle à un côté pour que les deux morceaux aient le même périmètre ?

EXEMPLE 8 (Tout niveau, avec ou sans la dernière ligne du tableau)
Etant donnés plusieurs points sur une feuille, combien peut-on tracer de segments joignant deux quelconques de ces points ?

Si j'ai …..	Je peux tracer au plus ….
1 point	0 segment
2 points	1 segment
3 points	3 segments
4 points	
5 points	
6 points	
7 points	
12 points	
20 points	
108 points	
n points (n est un entier positif)	

EXEMPLE 9 On considère un plateau carré dont les côtés sont formés de n carreaux (sur le dessin, par exemple, n = 5). Une des cases de ce plateau est noircie, on ne pourra pas l'utiliser. Un domino est un jeton qui a la taille de deux cases du plateau collées par un bord.
Dans quels cas peut-on réussir à paver entièrement le plateau (sauf la case noire) avec des dominos ?



Vous pourrez essayer différentes tailles de plateau et différentes positions pour la case noire.

EXEMPLE 10 : *Les arbres*
Tam est bien embêté : il est en train de jardiner et veut planter 10 arbustes. Il veut les disposer en formant 5 lignes de 4 arbres et il ne sait pas comment faire !
Trouve une disposition possible pour aider Tam dans son travail et dessine son nouveau jardin. Chaque arbre sera représenté par un point. Explique ton raisonnement en rédigeant un paragraphe argumenté qui racontera les différentes étapes de ta recherche.

EXEMPLE 11 : Parfums de glaces
Tamette entre chez le marchand de glaces. Il propose 5 parfums : chocolat, fraise, citron, vanille et pomme.
Elle a envie d'un cornet à 3 boules. Trouve tous les cornets qu'elle pourrait s'acheter.

EXEMPLE 12 : Paul et Marie

a. Paul et Marie ne sont pas d'accord. Paul affirme que : "Dans l'expression $n^2 - 14n + 49$ si on remplace n par n'importe quel nombre entier, on trouve toujours un résultat différent de zéro". Marie affirme le contraire. Qui a raison ?

b. À nouveau, Paul et Marie ne sont pas d'accord. Paul dit : "La somme de trois nombres entiers naturels consécutifs est toujours un multiple de trois". Marie affirme le contraire. Qui a raison ?

1

avec 3 :

$n^2 - 14n + 49 = 9 - 42 + 49 = -33 + 49 = +16$

$16 > 0$

avec 4 :

$n^2 - 14n + 49 = 16 - 56 + 49 = -40 + 49 = +9$

$9 > 0$

avec 5

$n^2 - 14n + 49 = 25 - 70 + 49 = -45 + 49 = +4$

je remarque que plus n est grand plus le chiffre final diminue, mais il diminue de moins en moins vite.

a) L'élève fait des essais mais les observe attentivement pour se rapprocher de la solution.

Après les essais, les élèves font des conjectures :

2

Calcul :

$n^2 - 14n + 49$

$7 \times 7 - 14n + 49$

$49 - 98 + 49$

$-49 + 49$

0

on m'a alors aidé à remarqué que $7 \times 7 = 49$ et $7 \times 2 = 14$.

J'ai alors essayé de faire un autre programme avec "8" pour savoir si cela marche

$b^2 - 16b + 64$

$8 \times 8 - 16 \times 8 + 64$

$64 - 128 + 64$

$-64 + 64$

0.

3

$1 + 2 + 3 = 6 = 3 \times 2$

$2 + 3 + 4 = 9 = 3 \times 3$

$3 + 4 + 5 = 12 = 3 \times 4$

$4 + 5 + 6 = 15 = 3 \times 5$

$5 + 6 + 7 = 18 = 3 \times 6$

Toutes les expériences sont concluantes. Paul a raison. Il est aussi marqué que le résultat est toujours égal à 3 fois le nombre entier naturel du milieu de la suite dans la somme.

4

Le problème c'est que je ne vais pas tester tous les nombres pour voir si leur résultat est multiple de 3 ou non.

L'élève sait que des exemples ne suffisent pas à démontrer un résultat. (compétence C3)

5

Alors je demande un indice à mon père. Il me dit d'essayer de remplacer les nombres par ~~des~~ une lettre.

L'aide reçue est clairement identifiée.

6

$a + b + c =$ je me rend compte que c'est stupide, parce que c'est pas dit que b et c suivent a !

Je reste donc avec la même lettre : a.

$a + (a+1) + (a+2)$ ça paraît plus logique maintenant !

$= 3a + 3$

Les différentes étapes sont décrites.