MATHÉMATIQUES ET SOCLE COMMUN

STAGES 2011-12

Atelier 2

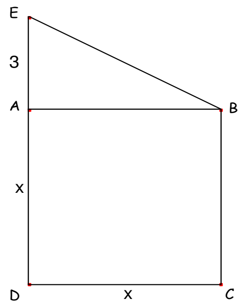
Faire évoluer des activités « traditionnelles »

Ce document comporte trois parties :

1. Activités de formation (6 pages)
2. Activités d'évaluation : généralités (1 page)
3. Activités d'évaluation : exemples (4 pages)

COMMENT FAIRE ÉVOLUER NOS ACTIVITÉS
POUR QU'ELLES METTENT EN ŒUVRE DES COMPÉTENCES ?

EXEMPLE 1



ABCD est un carré,

ABE un triangle rectangle en A.

Pour quelle valeur de x, l'aire du carré ABCD est-elle égale à celle du triangle ABE ?

Une analyse faite par un IA-IPR

« Je préciserais que les dimensions ne sont pas respectées sur la figure.
Je supprimerais x (le choix d'une inconnue entre dans une compétence d'utilisation du calcul littéral pour résoudre un problème).
Je poserais plutôt la question : Combien doit mesurer AB pour que l'aire du carré ABCD et celle du triangle soient égales ?
Cela laisse ainsi la possibilité d'un raisonnement avec les figures usuelles de géométrie :
Un triangle c'est un demi-rectangle, donc le carré doit avoir une aire moitié de celle du rectangle. Je partage le rectangle en deux dans le bon sens et je dois obtenir deux carrés. Donc AB=1,5 ».

Cette analyse met l'accent sur deux points : le contenu et l'attendu.
L'attendu doit guider notre recherche dans la construction de « tâches complexes ».
« Les situations choisies doivent permettre à tout élève de s'engager avec ses acquis du moment ... Chaque élève est ainsi conduit à exercer les aptitudes dont il dispose ... »

Extrait du Document ressource pour le socle commun dans l'enseignement des mathématiques au collège - mai 2011

Voici deux exercices classiques qui, donnés en activités d'introduction, mettent en œuvre des compétences.

EXEMPLE 2 : (En annexe : solution experte et non experte)

1° Un randonneur parcourt 5 km en 1 heure et 15 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?
2° Une voiture roule à la vitesse de 50 km/h. En combien de temps parcourt-elle 110 kilomètres ? Donner le résultat en heures et minutes.

EXEMPLE 3 : (En annexe : copie d'élève)

126 billes bleues et 90 billes rouges doivent être réparties en paquets. Les contraintes sont les suivantes :

- chaque paquet doit contenir des billes bleues et rouges,
- chaque paquet doit contenir le même nombre de billes bleues,
- chaque paquet doit contenir le même nombre de billes rouges,
- toutes les billes bleues et rouges doivent être utilisées,
- le nombre total de paquets est compris entre 7 et 12.

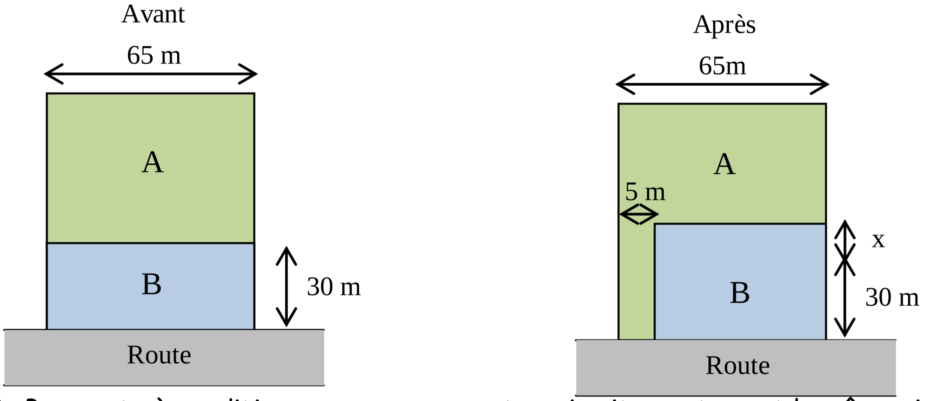
Quel est le nombre de paquets ? Quelle est la composition de chaque paquet ?

Intéressons nous au contenu.

QUESTION : Dans les exemples 4 à 9, que faire pour transformer ces problèmes « classiques » en « tâches complexes » ?

EXEMPLE 4

Pour avoir accès à la route, le propriétaire du terrain A propose à son voisin, propriétaire du terrain B, l'échange représenté sur la figure ci-dessous.



Le propriétaire du terrain B accepte à condition que son nouveau terrain ait exactement la même aire que l'ancien.

Calculer x pour que cette condition soit remplie.

EXEMPLE 5

Un jeune serveur est chargé de l'accueil de 35 invités. Il doit servir des boissons dans des flûtes de forme conique de 10 cm de hauteur et 6 cm de diamètre, remplies au trois-quarts de la hauteur.

(Volume du cône : $\frac{1}{3} \times \Pi \times R^2 \times \mathbf{h}$)

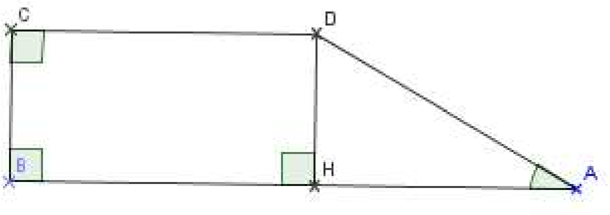
a) Quel est la contenance totale d'un verre ?
b) Quel est le volume de liquide dans chaque verre ?
c) Combien de bouteilles de 75cl devra-t-il prévoir ?

EXEMPLE 6

M CAVATION Alex dirige une société de terrassement. Il vient de recevoir le fax ci-dessous :

****

M CAVATION,
Voici le plan de ma future allée :
La longueur BA est de 30m et DA mesure 8m.
Pouvez-vous établir un devis pour enlever la terre sur une épaisseur d'environ 15 cm?
Dans l'attente de votre réponse,
Cordialement
Pierre GRAVILLION



****

Il faut maintenant aider M CAVATION à faire son devis.

1- Mesure l'angle $\widehat{DAH}$sur le dessin (arrondi à la dizaine)

2- Reproduis sur ta copie l'allée à l'échelle $\frac{1}{200}$.

3- Mesure la longueur DH sur ton dessin. Quelle est la longueur de DH dans la réalité?

4- Explique pourquoi DH = BC

5- M CAVATION a trouvé par le calcul que AH = 6,9 m (arrondi au dixième). Comment a-t-il trouvé cette valeur?

6- Calcule l'aire de HBCD; l'aire de DHA puis l'aire de l'allée (arrondie à l'unité)

7- Pour calculer le volume de terre à retirer, il faut utiliser la formule suivante :

V = aire de l'allée × épaisseur de terre enlevée

Quel volume de terre faut-il retirer si on creuse sur une épaisseur de 15 cm?

8- Pour que son devis soit complet, M CAVATION veut joindre deux documents :

- un graphique qui indique le volume de terre à enlever en fonction de la profondeur choisie (*cette profondeur allant de 5 à 20 cm*)
- un tableau donnant le tarif si on creuse sur une épaisseur de 5, 10, 15 et 20 cm sachant que le m^{3}est facturé 18€.

Fais le graphique et le tableau.

EXEMPLE 7

M. et Mme MICHEL ont trois enfants, Enzo 15 ans, Aline 11 ans et Lucie 5 mois. Toute la famille aimerait partir en vacances, au bord de la mer, le 12 février 2011 pour une semaine. Ils décident donc d'aller dans une agence de voyage pour réserver le logement dans un hôtel ainsi que la demi-pension (petit-déjeuner et repas du soir). Voici les tarifs proposés par l'agence pour un séjour dans la station balnéaire de FÉTRÉBOLABA.

Prix par personne et par jour				
	Chambre			**Demi-pension**
Dates	**30/09/2010 au 15/10/2010 et 04/11/2010 au 17/12/2010**	**16/10/2010 au 03/11/2011 et 03/01/2011 au 11/02/2011**	**18/12/2010 au 02/01/2011 et 12/02/2011 au 08/04/2011**	**Toutes périodes**
Adultes	85 €	72 €	107 €	46 €
Enfants de 12 à 16 ans	75 €	62 €	97 €	40 €
Enfants de 2 à moins12 ans	59 €	47 €	67 €	34 €
Enfants de moins de deux ans	Chambre et demi-pension : 50 € par jour Demi-pension uniquement : 20 €			
Supplément vue mer : 5 € par personne et par jour.				
Pour les familles nombreuses l'hôtel possède aussi des chambres familiales, pouvant accueillir jusqu'à 6 personnes. Prix : 380 € par chambre et par jour.				

1. Quel est, par jour, le prix de la chambre pour un enfant de 14 ans entre le 16 octobre et le 3 novembre ?
2. De quoi dépend le prix de la demi-pension ?
3. Quel est le prix de la demi-pension pour un enfant de moins de deux ans entre le 12 février et le 8 avril ? Entre le 4 novembre et le 17 décembre ?
4. Si une famille de 5 personnes choisit le "supplément vue mer" combien cela lui coûtera-t-il pour 7 jours ?
5. La famille MICHEL peut-elle choisir différents types d'hébergements? Si oui, lesquels?
6. Pour la période choisie, trouver le tarif le plus avantageux pour la famille MICHEL et le calculer.

EXEMPLE 8

Une échelle de 4 m de long, posée sur un sol horizontal, est appuyée contre un mur vertical. Cette échelle glisse le long du mur, son sommet S restant toujours en contact avec le mur. On souhaite déterminer sur quelle ligne se déplace le milieu M de l'échelle lorsque le sommet S de l'échelle se déplace verticalement le long du mur ?

I) **Conjecture**

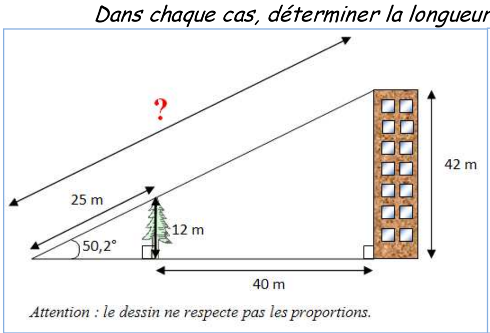
Ouvrir la figure « echelle.g2w » à l'aide du logiciel Geoplangeospace.
Sur la figure, le mur et le sol sont représentés par les segments [OA] et [OB].
Créer un point S sur le segment [OA].
Créer le point P sur le segment [OB] tel que SP = 4.
Créer le milieu M du segment [SP].
Cliquer sur « Afficher » puis sur « Sélection trace » puis sur « M milieu du segment [SP].
Cliquer sur l'icône « mode trace ».
Déplacer le point S à l'aide de la souris.
Sur quelle ligne semble se déplacer le point M ?

II) **Démonstration**

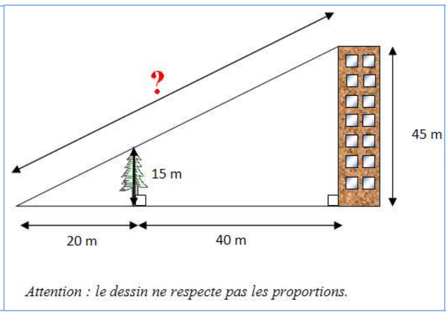
Calculer la longueur OM (justifier)
Conclure.

EXEMPLE 9

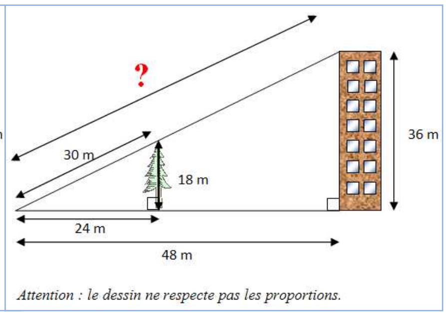
Dans chaque cas, déterminer la longueur demandée.



Cas n°1



Cas n°2



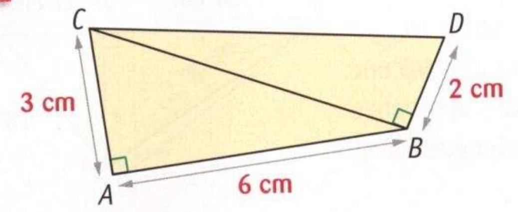
Cas n°3

Notons la graduation de la difficulté dans l'exemple 10.

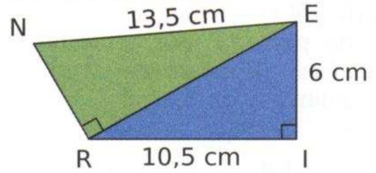
<u>EXEMPLE 10</u>

À l'oral

5 Calculer la longueur CD.



30 *Dans un quadrilatère*



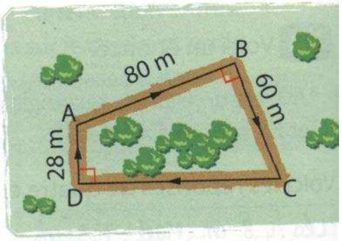
Démontre que NR = EI. Justifie toutes les étapes.

Plutôt : A-t-on NR = EI ?

25 Voici une représentation du parcours d'endurance des élèves d'une classe de 4^{e}.

Ils doivent parcourir une distance de 1,4 km en partant du point A et en suivant le sens des flèches.

Où doivent-ils arriver ?



L'évolution a déjà été prise en compte dans les sujets de brevet.

<u>EXEMPLE 11</u> : Sujets d'examen

BREVET 2003

Exercice 2 (3 points)

1. Effectuer le calcul ci-dessous et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$1-\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\right)$$

2. Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété en 2001 et les quatre cinquièmes du **reste** en 2002.

a. Quelle fraction de la propriété a été vendue en 2002 ?

b. Quelle fraction de la propriété reste invendue à l'issue des deux années ?

c. Quelle était la superficie de la propriété sachant que la partie invendue au bout des deux années représente six hectares ?

BREVET 2008

Dans la question 1 de cet exercice toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

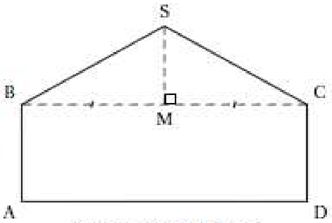
1. Un propiétaire terrien a vendu le quart de sa propriété en 2006 puis le tiers du reste en 2007.
Quelle fraction de sa propriété lui reste-t-il aujourd'hui ?

2. Quelle est la superficie actuelle de sa propriété sachant qu'elle était au départ de 40 hectares ?

En conclusion : Un autre exemple de sujet remanié.

Problème initial *(Pondichéry2011)*

Monsieur Duchêne veut barder (recouvrir) de bois le pignon nord de son atelier.
Ce pignon ne comporte pas d'ouverture.
On donne : AD = 6 m ; AB = 2,20 m et SM = 1,80 m.
M est le milieu de [BC].



pignon nord de l'atelier

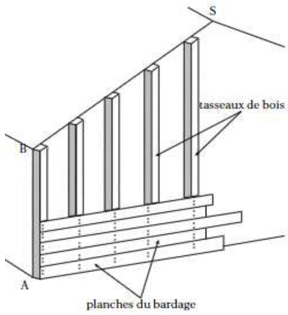
Les parties I, II et III sont indépendantes

Partie I

1. Montrer que l'aire du pignon ABSCD de l'atelier est de 18,6 m².
2. Les planches de bois qui serviront à barder le pignon sont conditionnées par lot.
   Un lot permet de couvrir une surface de 1,2 m².
   a. Combien de lots monsieur Duchêne doit-il acheter au minimum ?
   b. Pour être sûr de ne pas manquer de bois, monsieur Duchêne décide d'acheter 18 lots.
   Un lot est vendu au prix de 49 €.
   Combien monsieur Duchêne devrait-il payer ?
   c. Monsieur Duchêne a bénéficié d'une remise de 12 % sur la somme à payer.
   Finalement, combien Monsieur Duchêne a-t-il payé ?

Partie 2

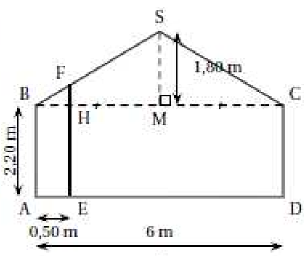
Dans un premier temps, Monsieur Duchêne va devoir fixer des tasseaux de bois sur le mur. Ensuite, il placera les planches du bardage sur les tasseaux, comme indiqué sur la figure ci-contre.



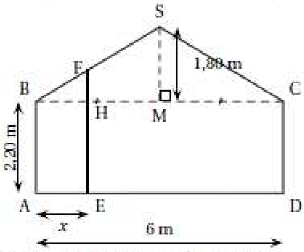
Les tasseaux seront placés parallèlement au côté [AB].
Cette partie a pour but de déterminer la longueur de chaque tasseau en fonction de la distance qui le sépare du côté [AB].

Soit E un point du segment [AD]. La parallèle à (AB) passant par E coupe [BS] en F, et [BM] en H. On admet que la droite (FH) est parallèle à la droite (SM).
Le segment [EF] représente un tasseau à fixer.

1. Sachant que M est le milieu de [BC], calculer BM.
2. Dans cette question, on suppose que le tasseau [EF] est placé à 0,50 m du côté [AB].
   On a donc : AE = BH = 0,50 m.
   a. En se plaçant dans le triangle SBM et en utilisant le théorème de Thalès, calculer FH.
   b. En déduire la longueur EF du tasseau

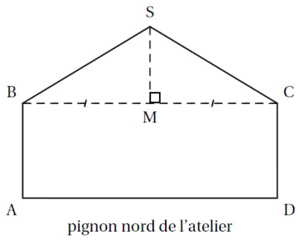


3. Dans cette question, on généralise le problème et on suppose que le tasseau [EF] est placé à une distance x du côté [AB].
   On a donc : AE = BH = x (avec x variant entre 0 et 3 m)
   a. Montrer que FH = $0,6x$.
   b. En déduire l'expression de EF en fonction de x.



4. Dans cette question, on utilisera le graphique de l'annexe qui donne la longueur d'un tasseau en fonction de la distance x qui le sépare du côté [AB].
   On laissera apparents les tracés ayant permis les lectures graphiques.
   a. Quelle est la longueur d'un tasseau sachant qu'il a été placé à 1,50 m du côté [AB] ?
   b. On dispose d'un tasseau de 2,80 m de long que l'on ne veut pas couper.
   À quelle distance du côté [AB] doit-il être placé ?

Problème remanié



pignon nord de l'atelier

Les questions sont moins guidées, proposé en classe. (sans la partie graphique, les fonctions n'ayant pas encore été abordées.) Accompagné au vidéo projecteur d'un fichier géogébra qui permet de faire « bouger » le point E pour comprendre la situation.

Monsieur Duchêne veut barder (recouvrir) de bois le pignon nord de son atelier.
Ce pignon ne comporte pas d'ouverture.
On donne : AD = 6 m ;
AB = 2,20 m et SM= 1,80 m.
M est le milieu de [BC].

PARTIE 1

Les planches de bois qui serviront à barder le pignon sont conditionnées par lot.

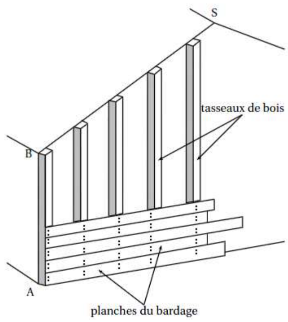
Un lot permet de couvrir une surface de 1,2 m² et coute 49€.

1) Combien Monsieur Duchêne devra-t-il payer ?
2) Finalement, le commerçant lui a fait une remise de 12%.
 Combien Monsieur Duchêne a-t-il payé ?

PARTIE 2

Dans un premier temps, Monsieur Duchêne va devoir fixer des tasseaux de bois sur le mur.

Ensuite, il placera les planches du bardage sur les tasseaux, comme indiqué sur la figure ci contre.



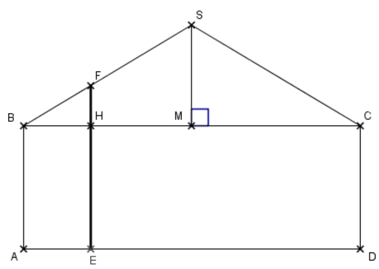
Les tasseaux seront placés parallèlement au côté [AB].
Cette partie a pour but de déterminer la longueur de chaque tasseau en fonction de la distance qui le sépare du côté [AB].
Soit E un point du segment [AD]. La parallèle à (AB) passant par E coupe [BS] en F, et [BM] en H.
On admet que la droite (FH) est parallèle à la droite (SM).
Le segment [EF] représente un tasseau à fixer.

1) **Dans cette question**, on suppose que le tasseau est placé à 0,50 m du côté [AB].
On a donc AB=BG=0,5 m.
Quelle est la longueur EF du tasseau ?
2) **Dans cette question**, on généralise le problème et on suppose que le tasseau [EF] est placé à une distance x du côté [AB].
On a donc : AE = BH = x (avec x variant entre 0 et 3m)

a) Exprimer la longueur EF en fonction de x.

b) b) Quelle est la longueur d'un tasseau sachant qu'il est placé à 1,50 m du côté [AB] ?

c) On dispose d'un tasseau de 2,80 m de long que l'on ne veut pas couper.
À quelle distance du côté [AB] doit-il être placé ?



ANNEXE

EXEMPLE 2

Une solution experte

1. $V = \frac{d}{t} = \frac{5km}{1h15min} = \frac{5km}{75min} = \frac{?Km}{60min}$ et $? = \frac{60 \times 5}{75}$ = **4km/h.**

2. *On peut faire un tableau de proportionnalité :*

Distance en km	50	110
Temps en minutes	60	?

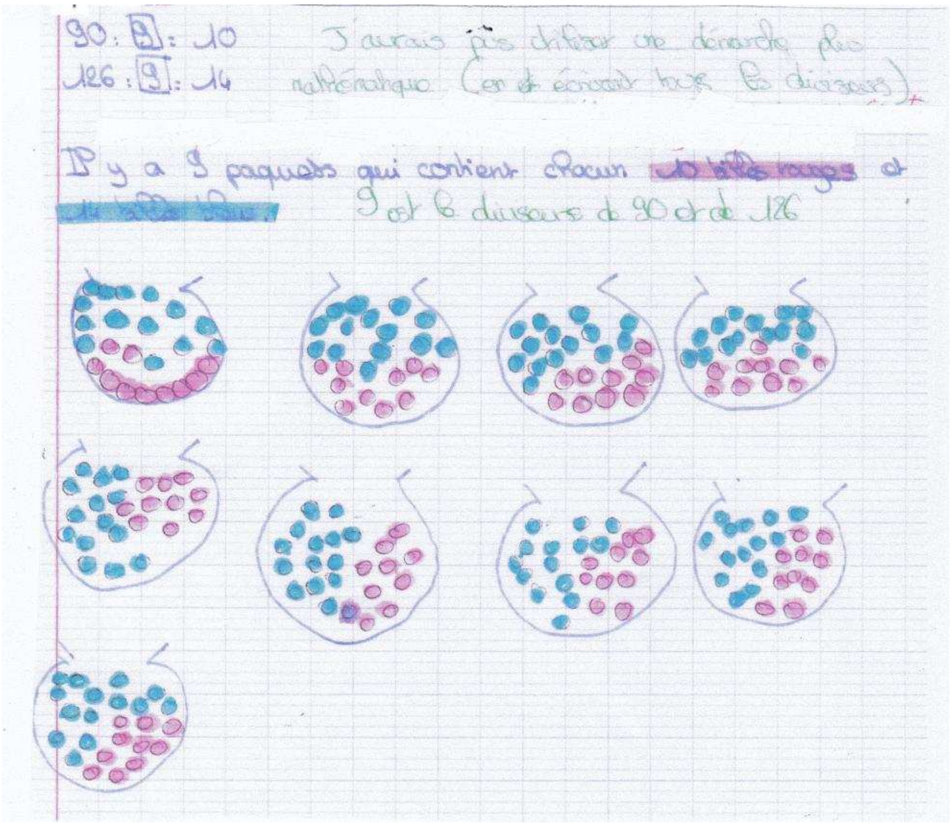
$? = \frac{110 \times 60}{50}$ = 132minutes = 2×60 + 12min = **2h12min**

Une solution non experte

1. *Un randonneur parcourt 5 km en 1 heure et 15 minutes. Ce randonneur parcourt 1km en 15minutes, donc 4 km en quatre fois plus de temps soit 60 minutes, soit une heure.*
Sa vitesse est donc de ***4km/h.***

2. *Une voiture roule à la vitesse de 50 km/h, donc en 2heures elle aura parcouru 100km.*
En 120 minutes elle parcourt 100km,
En 12minutes elle parcourt 10 km.
Il lui faut donc pour parcourir 110 kilomètres elle mettra ***2h12min.***

EXEMPLE 3



COMMENT FAIRE EVOLUER NOS EVALUATIONS ?

1. Les niveaux de maitrise d'une capacité du programme.

L'introduction du programme de mathématiques précise en effet que :
« *L'évaluation de la maîtrise d'une capacité par les élèves ne peut pas se limiter à la seule vérification de son fonctionnement dans des exercices techniques. Il faut aussi s'assurer que les élèves sont capables de la mobiliser d'eux-mêmes, en même temps que d'autres capacités, dans des situations où leur usage n'est pas explicitement sollicité dans la question posée.* »

Premier niveau de maîtrise :
La simple restitution de savoir dans des exercices d'application à l'identique. Par exemple être capable, dans une situation simple dans laquelle le contexte d'utilisation d'un théorème est explicite, d'utiliser ce théorème.
Second niveau de maîtrise :
Réinvestissement de la ressource dans une situation simple mais inédite.
Troisième niveau de maîtrise :
Savoir choisir et combiner plusieurs ressources autrement dit être capable d'identifier des contextes pertinents d'utilisation de cette ressource (l'utiliser correctement et quand il le faut, ne pas l'utiliser quand il ne le faut pas) y compris dans des situations inédites, voire de tâches complexes.

Pour savoir si un élève maîtrise un savoir ou un savoir-faire du programme, il est essentiel d'évaluer cette maîtrise à plusieurs reprises tout en veillant à proposer des situations d'évaluation permettant de varier le niveau de maîtrise attendu.
Mettre cela concrètement en oeuvre a des incidences sur la conception des supports d'évaluation et notamment des textes de devoirs.

2. Evaluer à l'aide du traditionnel devoir de contrôle.

Les devoirs surveillés ne sont pas les seuls moyens de valider des compétences, mais ils permettent de le faire pour le plus grand nombre.

Un devoir surveillé :

- le devoir donne place à des exercices simples qui font appel à des **connaissances mathématiques du socle qui relèvent des quatre champs D1, D2, D3 et D4** (y compris des exigibles du socle des années antérieures). La grille de référence du palier 3 et le document d'aide au suivi de l'acquisition des connaissances et des capacités publiés sur Eduscol sont un outil précieux pour le choix de ces exercices.

- **le devoir donne place à des problèmes, des tâches dont la complexité est suffisante** pour que tout élève puisse montrer C1, C2, C3 et C4. Des exemples variés sont proposés dans les documents d'appui disponibles sur Eduscol. Le problème proposé doit être accessible, (l'énoncé n'induit pas la modélisation mathématique qui conduit à la stratégie experte non exigible dans le cadre du socle commun).

- le devoir couvre **plusieurs champs du programme**;

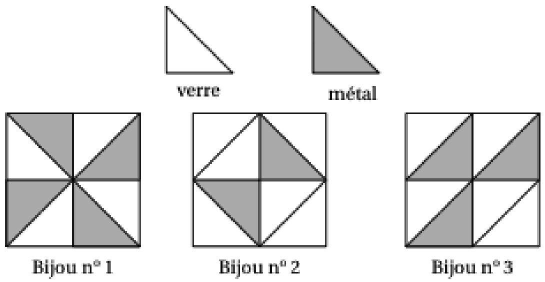
- le devoir permet d'évaluer **le socle mais aussi le programme**.

- le devoir doit rester de longueur raisonnable.

Cette structure de devoir nécessite de veiller à entretenir les savoirs et savoir-faire précédemment étudiés . Si les élèves ont travaillé exclusivement sur les semaines précédant un contrôle sur un chapitre donné, il sera difficile de faire porter le devoir sur des notions autres qui n'auraient pas été entretenues.

Source : Document ressource pour le socle commun dans l'enseignement des mathématiques au collège. Mai 2011. eduscol.education.fr/soclecommun ou sur le site académique : http://mathematiques.ac-bordeaux.fr/

Correction des copies :



Exercice 2 4 points	Les compétences évaluées sont celles de résolution de problème. Compréhension de la situation. Maîtrise technique montrée par l'obtention de résultats intermédiaires du type prix du triangle en verre 0,90 €, prix du triangle en métal 1,85 €. Élaboration d'une stratégie correcte *(même si elle n'aboutit pas)*. Clarté de la démarche et conclusion rédigée.

Elève 1

1) Le bijou n°3 revien à : 9,75€
en cherchant par exemple pour le bijou n°1 à 11€, on cherche et on trouve que le verre coute 0,75€ et le metal 2€.
En gardant cela on additione et on trouve le prix pour le bijaux numero 3.
par le calcul on trouve la somme de 9,75€.
0,75 + 2 + 0,75 + 0,75 + 2 + 2 + 0,75 + 0,75 = 9,75€

Elève 2

$\frac{11}{8} = 1,375$ le résultat est le prix des 8 triangles dans le bijou n°1.

$\frac{9,10}{8} = 1,1375$ le résultat est le prix des 8 triangles dans le bijou n°2.

Elève 3

Bijou n°1 = $4x + 4y = 11$ → $4x + 4y = 11$
Bijou n°2 = $2x + 6y = 9,1$ (×2) $- \quad 4x + 12y = 18,2$

$-8y = -7,2$

$\frac{8y}{8} = \frac{7,2}{8}$

$\boxed{y = 0,9}$

$4x + 4 \times 0,9 = 11$
$4x = 11 - 3,6$
$\frac{4x}{4} = \frac{7,4}{4}$
$\boxed{x = 1,85}$

Prix Bijou n°3 = $3x + 5y$
$= 3 \times 1,85 + 5 \times 0,9 = 10,05$

Le bijou n°3 revient à 10,05 €

Elève 4

Soit y le verre et x le métal.
Bijou n°1 : $4x + 4y = 11$
Bijou n°2 : $2x + 6y = 9,10$
Bijou n°3 : $3x + 5y$
~~Le prix du Bijou n°3 est de~~

Elève 5

$(11 + 9,10) \div 2 = 10,05$
Le bijou n°3 coutera 10,05

Elève 6

Ne sachant pas si les triangles en métal ont le même prix que tous les triangles en verre, ou s'ils y en a une sorte qui a le prix plus élevé on peut faire la moyenne des deux car le bijou n°3 est entre le bijou n°1 et n°2.

$\frac{11 + 9,10}{2} = 10,05$.

Il reviendrait à 10,05 euros.

Elève 7

le bijou n°1 est plus cher que le bijou n°2 et il y a plus de triangles en verres dans le bijou n°2, donc les triangles en verres sont moins chers que ceux en métal.

Le bijou n°3 devrait être moins cher que le bijou n°1, car il y a plus de triangles en verres, mais plus cher que le bijou n°2 car il y a plus de triangles en métal.

Le prix du bijou n°3 est entre le prix du bijou n°1 et n°2.

le prix du bijou n°3 = x

$11 > x > 9,10$

Le prix du bijou n°3 est de 10,05 €

Elève 8

Calcul du nombre de triangle total (bijoux 1 et 2)

$4+2 = 6$ carreaux métals
$6+4 = 10$ carreaux verre

On constate que pour le bijoux n°3 il faudra la moitié de chaque matière de triangle.

Donc Bijoux n°3 $= \frac{11+9,10}{2}$

$= \frac{20,10}{2}$

$= \boxed{10,5 €}$

Le bijoux n°3 vaut 10,5€.

Elève 9

~~metal $= \frac{11 - 2}{4} = \frac{5,5}{4} = 1,375$~~

notion x le prix des triangle en verre
notion y ——— en metal

$$\begin{cases} 4x + 4y = 11 \\ 6x + 2y = 9,10 \end{cases}$$

$4x + 4y = 11$
$4x = 11 - 4x$
$x = \frac{11 - 4y}{4}$
$x = 11 - y$

calcule de y

$6(11 - y) + 2y = 9,10$
$66 - 6y + 2y = 9,10$
$-4y = 9,10 - 66$
$y = \frac{-56,9}{-4}$
$y = 14,225$

$x = 11 - 14,225$
$x = -3,225$

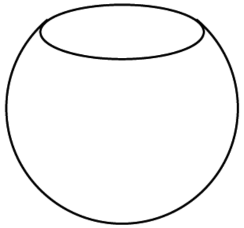
Un aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 40 cm, de largeur 20 cm et de hauteur 30 cm.

a. Calculer le volume, en cm^3, de ce pavé droit.

b. On rappelle qu'un litre correspond à 1 000 cm^3. Combien de litres d'eau cet aquarium peut-il contenir ?
Aucune justification n'est demandée.

Parmi les formules suivantes, recopier celle qui donne le volume, en cm^3, d'une boule de diamètre 30 cm :

$$\frac{4}{3}\times\pi\times 30^3 \qquad 4\pi\times 15^2 \qquad \frac{4}{3}\times\pi\times 15^3$$



Un second aquarium contient un volume d'eau égal aux trois quarts du volume d'une boule de diamètre 30 cm.
On verse son contenu dans le premier aquarium. À quelle hauteur l'eau monte-t-elle ? Donner une valeur approchée au millimètre.

Les compétences évaluées prioritairement sont celles de résolution de problème.
- Compréhension de la situation montrée.
- Maîtrise technique montrée par l'obtention de résultats intermédiaires telle la contenance de l'aquarium 2.
- Élaboration d'une stratégie correcte *(même si elle n'aboutit pas)* telle la multiplication incomplète : $800 \times ??? = \pi\times 15^3$.
- Une conclusion en cohérence.

Elève 10

4) $V_{boule} = \frac{4}{3}\pi \times 15^3$
$\simeq 14137,2$

$V_{aquarium} \simeq \frac{1}{4} \times V_{boule}$
$\simeq 10602,9 \text{ cm}^3 \simeq 10,602 \text{ l}$

L'eau monte à environ 13,3 cm

Elève 11

4. $V_b = \frac{4}{3} \times \pi \times 15^3$ (d'après 3.)
$V_b = \frac{4}{3} \times \pi \times 3375$
$V_b = 4500\pi \text{ cm}^3$

$4500\pi \times \frac{3}{4} = 3375\pi \text{ cm}^3$

$24\,000 \quad 3375\pi = 13397,12479 \text{ cm}^3$

$\frac{13397,12479}{20\times 40} = \frac{13397,12479}{800} \simeq 16,7 \text{ cm}$

L'eau monte alors à 16,7 cm environ.

Elève 12

4) Soit V' le volume du deuxième aquarium.

$V' = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 15^3$
$= 3375 \text{ cm}^3$

Soit x la hauteur d'eau.

$V' = 40 \times 20 \times x$
$3375 = 800x$
$x \simeq 4,2 \text{ mm}$

Elève 13

4) Le second aquarium a un volume d'eau égal à $3375\pi \text{ cm}^3$ soit les trois quarts d'une boule de diamètre 30cm.

$3375\pi = 10602 \text{ cm}^3 = 10,602 \text{ L}$

On divise le volume d'eau du second aquarium (10602 cm^3) par l'aire de la base du 1er aquarium. Ainsi on trouvera jusqu'à quelle hauteur est rempli le 1er aquarium.

$10602 \div (20\times 40) \simeq 13,25$
Le premier aquarium est donc rempli à une hauteur de 13,25cm.

Elève 14

4. $\frac{4}{3} \times \pi \times 15^3$

$= \frac{4}{3} \times \pi \times 3375$

$= 4218{,}75 \times \pi\ cm^3$

La sphère fait $4218{,}75\pi\ cm^3$

$4218{,}75 \times \pi \times 0{,}75$

$= 3164{,}0625\ \pi\ cm^3$

le second aquarium contient un volume d'eau de $3164{,}0625\ \pi\ cm^3$

$24000\ cm^3 \rightarrow 30\ cm$

$3164{,}0625\ \pi\ cm^3 \rightarrow x\ cm$

$x = \frac{30 \times 3164{,}0625\pi}{24000}$

$\approx 12{,}425\ cm$

L'eau monte à une hauteur de à peu près $12{,}425\ cm$.

Elève 15

4) $V_{\text{second aquarium}} = \frac{3}{4} \times V_{\text{boule}}$

$= \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} \times \pi \times 15^3$

$= 3375\pi\ cm^3$

$1L = 1000\ cm^3$

$?L = 3375\pi\ cm^3$

$\frac{1 \times 3375\pi}{1000} \approx \frac{10602{,}9}{1000}$

$\approx 10{,}6029\ L$

$\cancel{24L} : \frac{24}{10{,}6029} \approx 2{,}3$.

Donc, la hauteur à laquelle arrive l'eau est $\frac{30}{2{,}3} \approx 13\ cm$.

Elève 16

4) Calcul du volume de la boule :

$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 15^3$

$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 3375$

$V = 4500\ \pi\ cm^3$

on fait $4500\ \pi \times \left(\frac{3}{4}\right)^3$

$\approx 5964\ cm^3$

Calcul de la hauteur de l'eau

$V' = 24000 - 5964$

$V' = 18036\ cm^3$

$V' = L \times l \times h$

$18036 = 40 \times 20 \times h$

$18036 = 800 \times h$

$h = \frac{18036}{800}$

$h \approx 22{,}5\ cm$