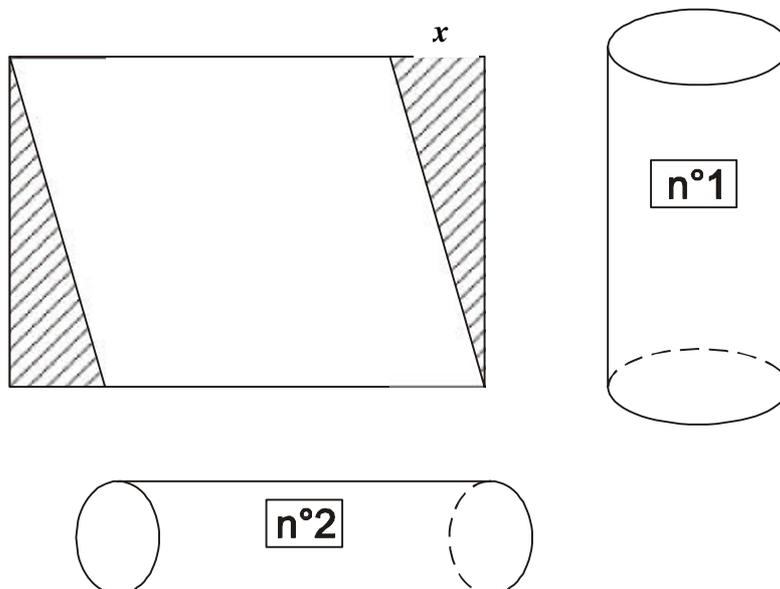


Exercice 2 - Les cylindres en papier

1. On prend une feuille de papier de 21 cm de large et 29,7 cm de long (le format A4). On forme un cylindre en roulant la feuille de papier et en faisant coïncider deux bords opposés. En faisant de même avec les deux autres bords opposés, on obtient un autre cylindre. Les deux cylindres ont-ils même volume ?

2. Dans une feuille de papier de format A4, on enlève deux triangles de mêmes dimensions selon la figure ci-dessous :



Si on roule la feuille restante bord à bord, on obtient un premier cylindre (n°1). Si on la roule en faisant coïncider les autres bords opposés, on obtient un second cylindre (n°2).

Trouver la ou les valeurs de x (en cm) pour que les deux cylindres ainsi obtenus aient le même volume.

Exercice 3 - Produit de chiffres

Pour n entier naturel, on désigne par $P(n)$ le produit des chiffres intervenant dans l'écriture décimale de n .

Exemples : $P(5) = 5$, $P(47) = 4 \times 7 = 28$.

On se propose de déterminer tous les entiers n vérifiant :

$$P(n) = n^2 + 1002n - 2006.$$

1. Déterminer tous les nombres qui s'écrivent avec un seul chiffre et sont solutions du problème.

2. Démontrer que, si k est le nombre de chiffres de n , alors :

$$P(n) \leq 9^k \quad \text{et} \quad 10^{k-1} \leq n$$

En déduire l'encadrement suivant :

$$10^{2k-2} + 1002 \times 10^{k-1} - 2006 \leq P(n) \leq 9^k$$

3. Le problème a-t-il des solutions s'écrivant avec deux chiffres ?

4. Conclure.

Exercice 4 - Des carrés dans un demi-cercle

$ABCD$ est un carré inscrit dans un demi-cercle de centre O dont le côté $[CD]$ est porté par le diamètre. (voir figure ci-dessous).

1. Démontrer que la médiatrice du segment $[CD]$ passe par le point O .
2. Donner une construction à la règle et au compas du carré $ABCD$ connaissant le point O et le demi-cercle de centre O .
3. Soit $HIJC$ le carré construit comme l'indique la figure.
Donner une construction à la règle et au compas de ce carré.
4. On désigne par a et b les mesures respectives des côtés des carrés $ABCD$ et $HIJC$.
 - a) Montrer que $a^2 = 2b^2 + ab$.
 - b) Combien vaut le rapport $\frac{a}{b}$?
 - c) Le cercle de centre C de rayon CE passe-t-il par le centre du carré $ABCD$?
 - d) Quelles sont les valeurs de a et b si le rayon du demi-cercle est 1 ?
Dans ce cas, déterminer les mesures des côtés des carrés $EFGH$ et $MNPQ$ représenté sur la figure.

