

# Entrer par les problèmes en probabilités et en statistique



Équipe Académique Mathématiques - 2009



## **Quelle valeur ajoutée**

peut-on espérer d'une entrée par les  
problèmes en probabilités ?

- 
- Donner du sens aux acquisitions des élèves.
  - Favoriser l'autonomie et la prise d'initiative.
  - Susciter l'intérêt par le choix des situations.
  - Développer le sens critique.
  - Encourager l'usage des T.I.C. et de l'algorithmique.
  - Développer le travail en groupe.



# Deux activités en probabilité et statistique

ayant pour objectifs :

- d'étudier un exemple non trivial d'équiprobabilité,
- de montrer l'utilité d'une simulation,
- d'aborder la notion de question statistique.



# Urne de Polya



Une urne contient une boule rouge et une boule blanche. (indiscernables au toucher)

On choisit au hasard une boule :

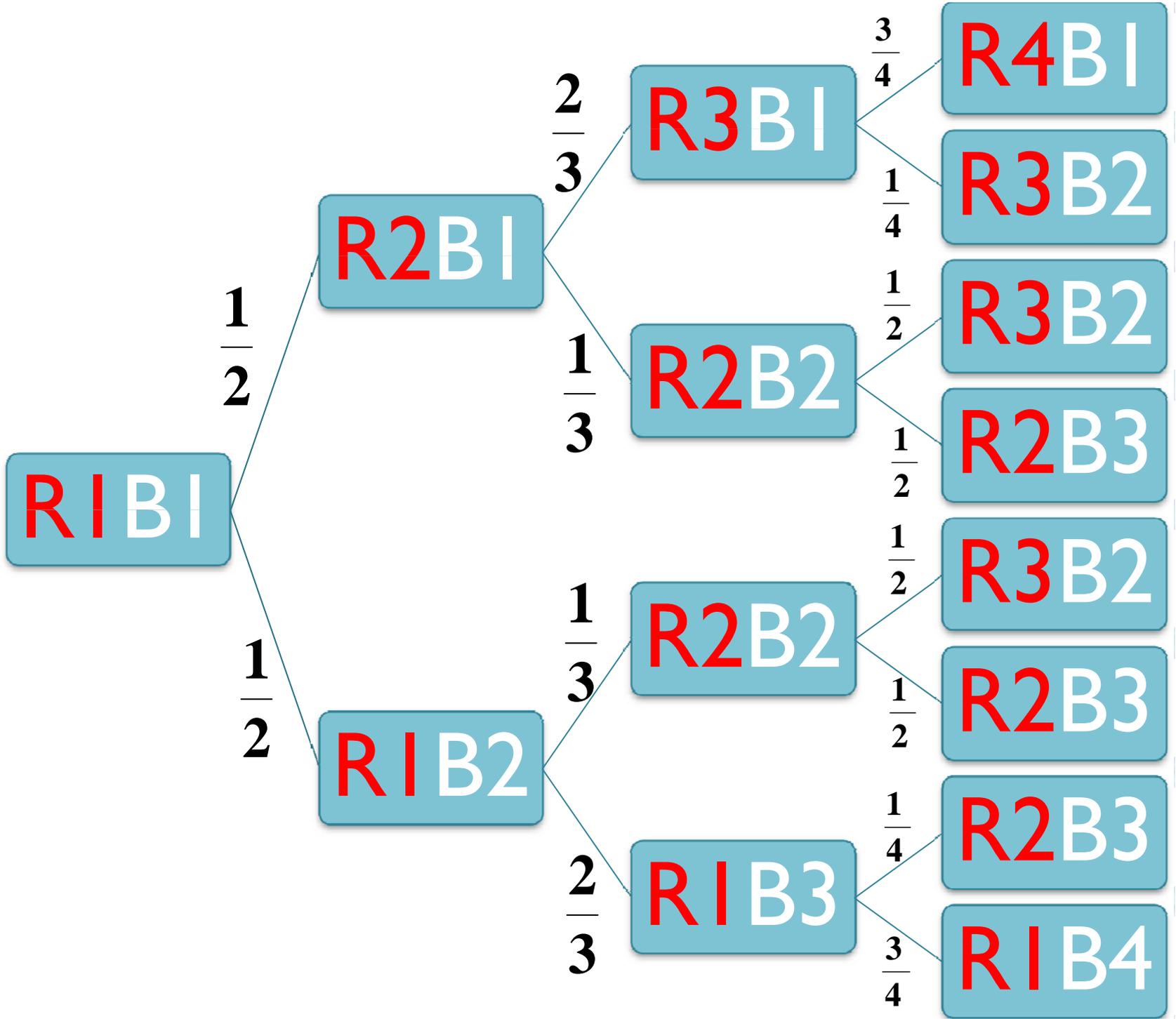
- Si cette boule est rouge, on remet deux boules rouges dans l'urne
- Si cette boule est blanche, on remet deux boules blanches dans l'urne.

**1.** Étudier la composition de l'urne après 3 tirages.

=SI(ALEA()<E10/E\$8;E10+1;E10))

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<b>Composition de l'urne</b>							
2	<b>1B4R</b>	<b>2B3R</b>	<b>3B2R</b>	<b>4B1R</b>				
3	<b>2503</b>	<b>2454</b>	<b>2521</b>	<b>2522</b>				
4	<b>25,03%</b>	<b>24,54%</b>	<b>25,21%</b>	<b>25,22%</b>				
5								
6					<b>Départ</b>	<b>Tirage 1</b>	<b>Tirage 2</b>	<b>Tirage 3</b>
7					<b>Nombre de boules dans l'urne</b>			
8					<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
9					<b>Nombre de boules blanches dans l'urne</b>			
10	<b>Simulation 1</b>				<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
11	<b>Simulation 2</b>				<b>1</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
12	<b>Simulation 3</b>				<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
13	<b>Simulation 4</b>				<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
14	<b>Simulation 5</b>				<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>3</b>
15	<b>Simulation 6</b>				<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
16	<b>Simulation 7</b>				<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
17	<b>Simulation 8</b>				<b>1</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
18	<b>Simulation 9</b>				<b>1</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
19	<b>Simulation 10</b>				<b>1</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>

=SI(ALEA()<F10/F\$8;F10+1;F10))



## *Pour aller plus loin*

2. Étudier la composition de l'urne après par exemple 8 tirages.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Composition de l'urne								
2	<b>1B9R</b>	<b>2B8R</b>	<b>3B7R</b>	<b>4B6R</b>	<b>5B5R</b>	<b>6B4R</b>	<b>7B3R</b>	<b>8B2R</b>	<b>9B1R</b>
3	<b>1093</b>	<b>1111</b>	<b>1136</b>	<b>1123</b>	<b>1098</b>	<b>1133</b>	<b>1115</b>	<b>1112</b>	<b>1079</b>
4	<b>10,93%</b>	<b>11,11%</b>	<b>11,36%</b>	<b>11,23%</b>	<b>10,98%</b>	<b>11,33%</b>	<b>11,15%</b>	<b>11,12%</b>	<b>10,79%</b>



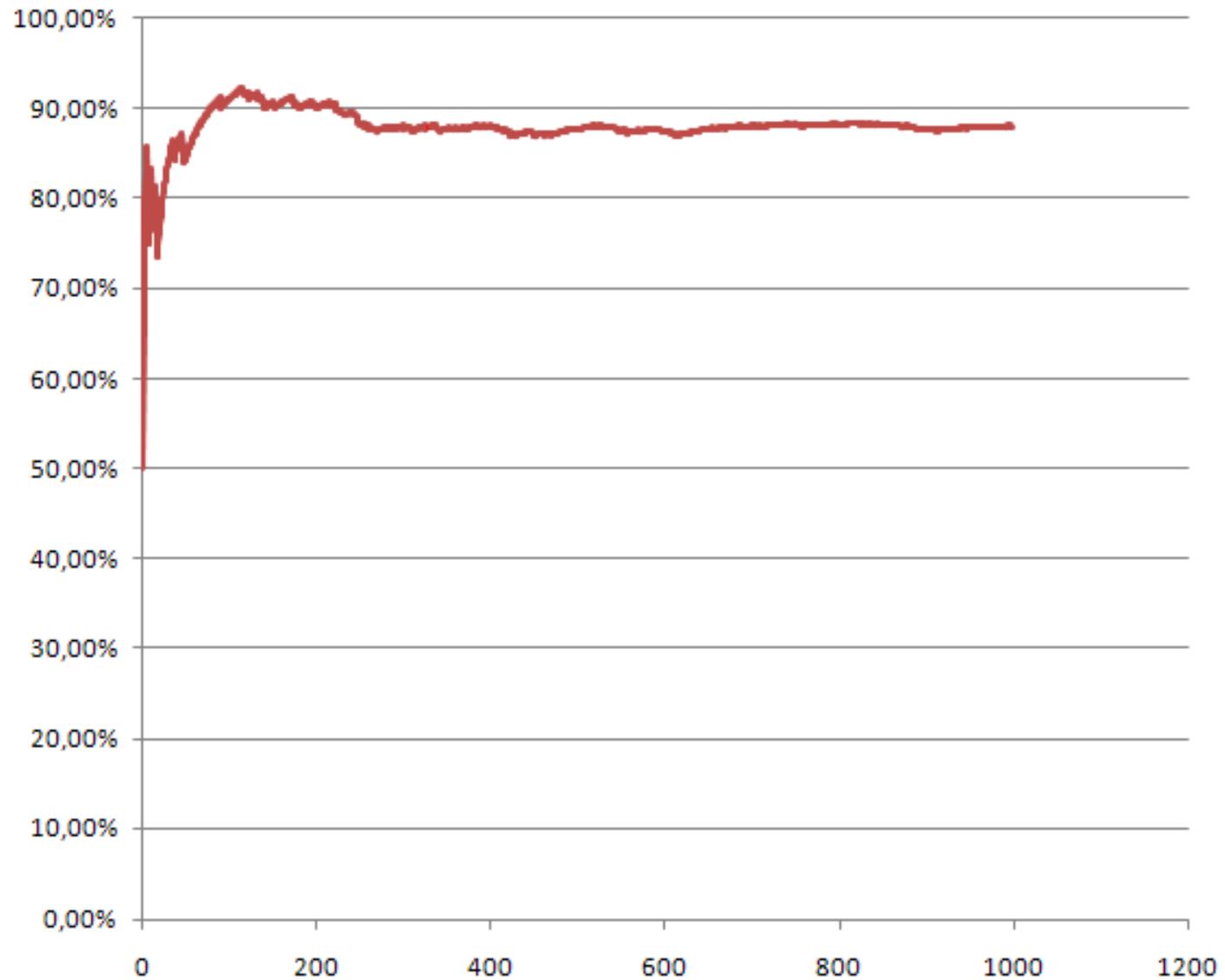
## ***Pour aller plus loin***

**3.** Étudier la dynamique de l'urne. (C'est à dire l'évolution de la proportion de boules blanches dans l'urne lorsque le nombre de tirages devient grand).

**Proportion  
de blanches :  
 $a/N$**

50,00%  
66,67%  
75,00%  
80,00%  
83,33%  
85,71%  
75,00%  
77,78%  
80,00%  
81,82%  
83,33%  
76,92%  
78,57%  
80,00%  
81,25%  
76,47%  
77,78%  
73,68%  
75,00%  
76,19%  
77,27%

**Proportion de blanches :  $a/N$**





**Modéliser, simuler pour  
éclairer une prise de décision.**

**Chaîne de production**



Dans une usine automobile, on contrôle les défauts de peinture de type « grains ponctuels sur le capot ».

Lorsque le processus est sous contrôle, on a 20 % de ce type de défauts.

Lors du contrôle aléatoire de 50 véhicules, on observe 26 % de défauts.

**Faut-il s'inquiéter ?**



L'intervalle de fluctuation au seuil de 95%

est  $\left[ 0,2 - \frac{1}{\sqrt{50}} ; 0,2 + \frac{1}{\sqrt{50}} \right]$

Dans environ 95% des cas la fréquence observée appartient à  $[0,06 ; 0,34]$

Il n'y a donc pas lieu de considérer une proportion de 26% comme anormale !



***Ce type de contrôle de qualité a été pratiqué par un constructeur d'automobiles français. Il s'agissait de détecter une amélioration significative du procédé de peinture grâce à cet indicateur de défaut (quasiment invisible pour le client).***



Dans une autre usine, le responsable de la fabrication affirme que le nombre de produits fabriqués présentant un défaut est égal à 7%.

Sur la chaîne de fabrication, on a prélevé 38 produits, et on a relevé 6 produits présentant un défaut.

**Faut-il s'inquiéter ?**

On simule un échantillon de taille 10 000  
On obtient les tableaux suivants :

Nombre de défectueux	0	1	2	3	4	5	6
Fréquences	0,06342	0,18145	0,25266	0,228821	0,15030	0,07693	0,03186

Nombre de défectueux	7	8	9	10	11	12	13
Fréquences	0,01066	0,00319	0,00080	0,00048	0,00003	0,00001	0,00000

Les entiers supérieurs à 13 ne figurent pas car leurs fréquences sont inférieures à  $10^{-5}$



**Nous allons choisir comme critère de décision la réalisation de l'événement :  
« le nombre de défectueux est supérieur ou égal à 6 ».**

D'après le résultat de cette simulation,  
**la fréquence de cet événement est environ 0,05.**

Cet événement est suffisamment peu probable pour que **nous prenions la décision de rejeter l'affirmation du responsable avec un risque environ de 5% d'erreur.**



**« *Toute connaissance est une réponse à une question* »**

***Gaston Bachelard (1884-1962)***

Comment organiser les contenus à enseigner  
autour de questions ?

Comment élaborer une telle liste de  
questions ?



# TRAVAIL EN 4 GROUPES

À partir des activités proposées

Élaborer une liste de questions auxquelles ces activités répondent.

Organiser ces questions au sein d'une progression en statistique et probabilité en classe de seconde.