

## Exercices non guidés - Lycée

Réaliser les exercices de votre choix avec le logiciel de votre choix.

### Exercice 1. : Les trois tangentes

On considère un cercle de centre  $O$  et de rayon  $2$ . Par un point  $A$  extérieur à ce cercle, on trace les tangentes à ce cercle en deux points nommés  $E$  et  $F$ .  $S$  est un point libre de l'arc  $\widehat{FE}$ , par le point  $S$  on trace la tangente au cercle ; cette tangente est sécante avec  $(AE)$  en  $B$  et avec  $(AF)$  en  $C$ . Étudier les variations du périmètre du triangle  $ABC$  lorsque  $S$  se déplace sur l'arc  $\widehat{FE}$ .

### Exercice 2. : Parallélogramme articulé

Sur les côtés d'un rectangle de côtés  $7$  et  $4$ , on construit les points  $P, Q, R$  et  $S$  tels que  $AP = BQ = CR = DS = t$ , où  $t$  est un réel compris entre  $0$  et  $4$ . Étudier les variations de la fonction qui à  $t$  associe l'aire du parallélogramme  $PQRS$ .

### Exercice 3. : Triangle équilatéral

On considère une droite  $\mathcal{D}$ , un point  $A$  n'appartenant pas à  $\mathcal{D}$  et un point  $B$  appartenant à  $\mathcal{D}$ . On construit le point  $C$  tel que le triangle  $ABC$  soit équilatéral direct.  
 $G$  est le centre de gravité du triangle  $ABC$ .  
 Étudier le lieu  $\mathcal{L}_1$  du point  $C$  et le lieu  $\mathcal{L}_2$  du point  $G$  lorsque  $B$  décrit  $\mathcal{D}$ .  
 Créer une commande permettant d'afficher  $\mathcal{L}_1$  ou  $\mathcal{L}_2$  à la demande.

### Exercice 4. : Avec les complexes

Le plan est rapporté au repère orthonormal  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .  
 À tout point  $M$  d'affixe  $z$  du plan, on associe le point  $M'$  d'affixe  $z'$  par l'application  $f$  qui admet pour écriture complexe :  $z' = \frac{(3+4i)z + 5\bar{z}}{6}$ .

- 1- Créer les complexes :  $z_A = 1 + 2i$ ,  $z_B = 1$  et  $z_C = 3i$ .
- 2- Créer les points  $A, B, C$  d'affixes respectives  $z_A, z_B$  et  $z_C$ .
- 3- Créer la fonction  $f$ .
- 4- Créer les points  $A', B', C'$  images respectives de  $A, B, C$  par  $f$ .
- 5- Créer un point  $M$  libre dans le plan, puis son image  $M'$  par la fonction  $f$ .
- 6- Visualiser et conjecturer l'ensemble  $\mathcal{D}$  des points  $M$  invariants par  $f$ .
- 7- Que peut-on conjecturer pour l'image  $M'$  par  $f$  de tout point  $M$  du plan ?  
Créer et faire afficher l'argument de  $f(z) - z$  ; que peut-on en conclure ?
- 8- Construire les droites  $(OA)$  et  $(MM')$ .  
En déduire une construction géométrique de l'image  $N'$  par  $f$  d'un point  $N$  donné dans le plan.

### Exercice 5. : Un problème d'aire minimale

Dans un carré  $ABCD$  de  $6$  cm de côté, on construit un carré  $MNPQ$  ayant pour centre celui du carré  $ABCD$  et dont les sommets sont sur les côtés du carré  $ABCD$ .  
 On cherche la position du point  $M$  sur le côté  $[AB]$  pour que l'aire du carré  $MNPQ$  soit minimale.

### Exercice 6. : Distance minimale dans un tétraèdre (sujet 033 épreuve pratique S 2008)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on définit les points  $A(1;0;0)$ ,  $B(0;1;0)$  et  $C(0;0;1)$  et le point  $I$  milieu du segment  $[AB]$ .

- 1 - Représenter le tétraèdre  $OABC$ .
- 2 - Pour un point  $M$  du segment  $[AC]$ , on définit le plan  $\mathcal{P}$  passant par le point  $I$  et orthogonal à la droite  $(IM)$ . Tracer la section du tétraèdre  $OABC$  par le plan  $\mathcal{P}$ .
- 3 - Le plan  $\mathcal{P}$  coupe la droite  $(OB)$  en un point  $N$ .  
Étudier les variations de la longueur  $MN$ .

**Exercice 7. : Points sur une sphère (d'après TD Pixel Terminale S édition 2008)**

L'espace est muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

Soit S un point libre de l'espace tel que la sphère de centre S passant par O recoupe les axes du repère en trois points A, B et C distincts de O. On appelle G le centre de gravité du triangle ABC. Étudier la position du centre de gravité G.

**Exercice 8. : Optimisation dans l'espace (d'après sujet 029 Épreuve pratique 2007)**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(0;6;0)$ ,  $B(0;0;8)$ ,  $C(10;0;8)$ . M est un point appartenant au segment [OB]. La plan (II) passant par M et orthogonal à la droite (OB) coupe la droite (AC) en P.

1 - Construire une figure traduisant l'énoncé.

2 - On note respectivement N et Q les points d'intersection du plan (II) avec les droites (OC) et (AB) et l'on admet que le quadrilatère MNPQ est un rectangle. Quelle est la position du point M rendant maximale l'aire du rectangle ?

**Exercice 9. : Deux plans dans un cube**

Dans un cube ABCDEFGH, L est un point de l'arête [EH] et M un point de l'arête [BF].

La droite  $\mathcal{D}_1$ , intersection des plans (ABL) et (ADM), est-elle sécante avec la droite (FG) ?

**Exercice 10. : Lieu d'un point dans l'espace**

ABCD est un tétraèdre quelconque.

La section de ce tétraèdre avec le plan passant par un point M de l'arête [AB] et parallèle aux droites (AC) et (BD) est un quadrilatère MNPQ.

Les droites (MP) et (NQ) sont sécantes en O.

Quel est le lieu du point O ?