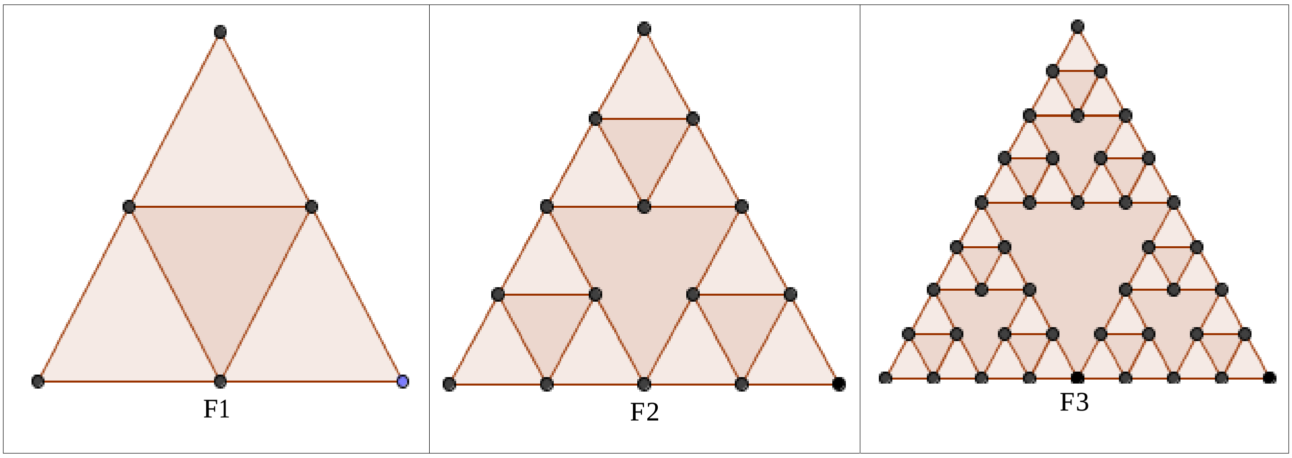
Le triangle de Serpinski



F1 F2 F3

Travail préparatoire à la maison :

Soit un triangle équilatéral de côté $\frac{4}{\sqrt{\sqrt{3}}}$, montrer que l'aire de ce triangle est 4.

On divise ce triangle en 4 triangles équilatéraux superposables et on colorie le triangle central (figure F1). La surface coloriée S_1 est égale à 1.

On recommence ce procédé sur chacun des trois triangles non coloriés (figure F2). Montrer que la surface coloriée S_2 est égale à $\frac{7}{4}$.

On recommence ce procédé sur les triangles non coloriés de la figure F2 pour obtenir la figure F3 et ainsi de suite...

Montrer que $S_{n+1} = \frac{3}{4} S_n + 1$ pour tout entier naturel *n*.

Travail à faire en salle informatique :

1°) On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{3}{4} u_n + 1$.

A l'aide du tableur, émettre une conjecture sur la limite l de la suite (u_n), visualiser cette limite à l'aide d'un graphique.

2°) La suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est définie par $v_n = u_n - 4$ pour tout entier naturel.

A l'aide du tableur, conjecturer la nature de cette suite.

3°) a) Démontrer la conjecture établie dans la question 2.

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de *n*.

c).Déterminer la limite de la suite (u_n) .

d) Ce résultat est-il cohérent avec l'expérimentation ?

4°) Peut-on recouvrir par cette méthode le triangle de départ ?

5°) *Question subsidiaire:* Déterminer le nombre de triangles coloriés de la figure Fn.