

Dichotomie

- 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $x^2 = 2$.
- 2) On considère l'algorithme suivant :

```

Variables :  $a, b, m$ 
 $a$  prend la valeur 1
 $b$  prend la valeur 2
Tant que  $b - a > 0,1$ 
     $m$  prend la valeur  $\frac{a+b}{2}$ 
    Si  $m^2 - 2 > 0$  alors
         $b$  prend la valeur  $m$ 
    Sinon
         $a$  prend la valeur  $m$ 
    Fin si
Fin Tant que
Afficher  $a$ 
Afficher  $b$ 
    
```

- a) Compléter le tableau suivant donnant les différentes étapes de l'algorithme :

	m	a	b	$b - a$
Initialisation		1	2	
Étape 1				
Étape 2				

- b) Que fait cet algorithme ?
 - c) Modifier l'algorithme de manière à pouvoir choisir l'amplitude de l'encadrement obtenu.
Programmer cet algorithme à l'aide d'un logiciel ou de la calculatrice et le tester.
 - d) On veut maintenant obtenir un encadrement de la solution négative de l'équation $x^2 = 2$.
Pour cela on donne à a et b les valeurs respectives -2 et -1 . L'algorithme fonctionne-t-il ?
Pourquoi ?
 - e) Modifier la condition de l'instruction « si ... alors » de manière à ce que l'algorithme donne la réponse correcte.
- 3) a) Conjecturer à l'aide de la calculatrice le nombre de solutions de l'équation $x^3 = 3x + 1$.
b) Modifier l'algorithme précédent de manière à obtenir un encadrement d'amplitude 10^{-2} de la solution positive de cette équation, puis de chacune des solutions conjecturées.
 - 4) Prolongement : écrire un algorithme permettant de trouver le nombre de solutions d'une équation du type $f(x) = 0$ sur un intervalle donné.