

### Exercice 1

Les enfants sont dits prématurés lorsque la durée gestationnelle est inférieure ou égale à 259 jours. La proportion de ces naissances est de 6 %. Des chercheurs suggèrent que les femmes ayant eu un travail pénible pendant leur grossesse sont plus susceptibles d'avoir un enfant prématuré que les autres.

Il est décidé de réaliser une enquête auprès d'un échantillon aléatoire de 400 naissances correspondant à des femmes ayant eu pendant leur grossesse un travail pénible. Les chercheurs décident a priori que si la proportion d'enfants nés prématurés dans cet échantillon est supérieure à la borne supérieure de l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 0,95 alors leur hypothèse sera acceptée.

Finalement le nombre d'enfants prématurés est de 50. Quelle est donc la conclusion ?

### Exercice 2

Dans un lycée qui comporte 1 500 demi-pensionnaires, un sondage sur la restauration a été réalisé en interrogeant 338 élèves qui déjeunent à la cantine.

Ce lycée comporte, parmi les demi-pensionnaires, 54,8 % de filles et 174 d'entre elles ont participé à ce sondage. De plus il y a 11,8 % de sportifs de haut niveau et 47 d'entre eux ont participé à ce sondage, parmi les demi-pensionnaires.

- 1) Cet échantillon peut-il être considéré comme représentatif de la population du lycée ?
- 2) A la question « Préférez-vous vous servir vous-même ? », 181 élèves répondent oui. Au vu de ce résultat, si vous étiez consulté au sujet de ce changement, quelle décision prendriez-vous ?
- 3) L'administration n'est pas convaincue de devoir changer. Afin de l'aider à décider, on suppose maintenant qu'on réalise un sondage de taille  $n$  et que la fréquence d'élèves préférant se servir eux-mêmes reste identique. Déterminez la taille minimum de l'échantillon qui pourrait davantage convaincre l'administration de changer.

### Exercice 3

- 1) A un concours de recrutement national pour un emploi administratif, se présentent 1 438 femmes et 704 hommes.  
500 personnes sont admises dont 188 hommes.  
Pensez-vous que le jury a respecté la parité dans son mode de recrutement ?
- 2) L'année suivante, on compte 1356 présentes et 698 présents. Il y a de nouveau 500 reçus dont 341 femmes.  
Pensez-vous que le jury a respecté la parité dans son mode de recrutement ?

### Exercice 4

Un vol Nice-Paris est assuré par un Airbus de 140 places. La réservation est obligatoire. L'expérience a montré que la probabilité qu'une personne confirme sa réservation et retire son billet est de 0,8. On suppose que les comportements des voyageurs sont indépendants les uns des autres. La compagnie fait du surbooking et se demande combien de réservations elle a intérêt à accepter afin d'avoir 99 % de chances de ne dédommager personne.

### Exercice 5

Sur une chaîne d'embouteillage dans une brasserie, la quantité  $X$  (en  $cL$ ) de liquide fournie par la machine pour remplir chaque bouteille de contenance 110  $cL$  peut être modélisée par une variable aléatoire de loi normale de moyenne  $\mu$  et d'écart-type  $\sigma = 2$ .

La législation impose qu'il y ait moins de 0,1 % de bouteilles contenant moins d'un litre.

- 1) À quelle valeur de la moyenne  $\mu$  peut-on régler la machine pour respecter cette législation ?
- 2) Quelle est alors la probabilité qu'une bouteille déborde lors du remplissage ?
- 3) Le directeur de la coopérative veut qu'il y ait moins de 1 % de bouteilles qui débordent au risque de ne plus suivre la législation.  
Quelle peut être alors la valeur de  $\mu$  ?
- 4) Peut-on satisfaire à ces deux conditions ?

### Exercice 6

La durée de vie d'un certain type d'appareil est modélisée par une variable aléatoire suivant une loi normale de moyenne et d'écart-type inconnus. Les spécifications impliquent que 80 % de la production des appareils ait une durée de vie entre 120 et 200 jours et que 5% de la production ait une durée de vie inférieure à 120 jours.

- 1) Quelles sont les valeurs de  $\mu$  et  $\sigma$  ?
- 2) Quelle est alors la probabilité d'avoir un appareil dont la durée de vie soit comprise entre 200 jours et 230 jours ?

### Exercice 7

Dans le but d'évaluer la prise en charge de la bronchiolite du nourrisson dans un hôpital de la région Aquitaine, une étude rétrospective a été mise en place.

- 1) Il est recommandé de coucher l'enfant de manière très inclinée (couchage en proclive) dans le cadre de la prise en charge de la bronchiolite. On évalue cette pratique à partir d'un échantillon de 97 dossiers. 106 des enfants ont été couchés en proclive.  
Déterminer un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % de la proportion d'enfants dont le couchage respecte la recommandation.
- 2) Une étude plus fine permet de comparer les pratiques entre les différents services ayant admis des enfants (cf. tableau).

Tableau : Répartition des cas suivant le type de services et le respect de la recommandation de couchage en proclive ; évaluation de la prise en charge de la bronchiolite en Aquitaine, une année donnée.

| Couchage proclive | Service des urgences | Service hospitalier | Total |
|-------------------|----------------------|---------------------|-------|
| Oui               | 45                   | 52                  | 97    |
| Non               | 29                   | 8                   | 37    |
| Total             | 74                   | 60                  | 134   |

- a. Déterminer un intervalle de confiance au seuil de 95 % de la proportion de couchage en proclive pour chaque type de service.
- b. Peut-on conclure selon vous au seuil de 95 % que la pratique de couchage n'est pas identique selon le service ?