

Probabilités en seconde

Différents modes de raisonnement

Arbres de choix

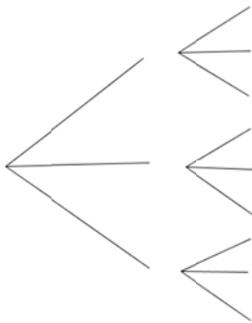
 **Loterie**  (Indice 2nde : n° 2 page 166)
Objectifs :

- Calculer des probabilités à l'aide d'un arbre de choix
- Estimer des probabilités à l'aide d'une simulation (loi des grands nombres)

Deux roulettes sont partagées chacune en trois secteurs égaux marqués 1, 2 et 3. Le joueur fait tourner successivement les deux roulettes et note le plus grand des deux numéros obtenus.

PARTIE A

1) Un résultat possible est par exemple (1 ; 3) : 1 avec la première roue et 3 avec la seconde.
À l'aide d'un arbre de choix dénombrer tous les résultats possibles.



2) Soit A l'événement « le nombre 1 est le plus grand des deux nombres tirés » ; déterminer la probabilité de A.

3) De même déterminer la probabilité que le plus grand des deux nombres soit 2, puis la probabilité que ce soit 3.

PARTIE B

1) Par simulation (à faire réaliser par les élèves ou donner les résultats), on a obtenu les résultats suivants

100 jeux			
Numero	1	2	3
effectifs	7	37	56

500 jeux			
Numero	1	2	3
effectifs	50	161	289

1000 jeux			
Numero	1	2	3
effectifs	102	312	586

10000 jeux			
Numero	1	2	3
effectifs	1050	3286	5664

Pour chacun des échantillons, calculer la fréquence de chaque numéro.

2) Comparer les fréquences obtenues avec les probabilités de la partie A. Pouvaient-on prévoir ce résultat ? Pourquoi ?

Objectifs :

- **Utiliser un arbre de choix afin de dénombrer l'univers.**
- **Utiliser le modèle d'équiprobabilité afin de calculer des probabilités.**

Un nombre de quatre chiffres est composé uniquement de 1 et de 2.

On choisit un nombre au hasard.

- 1) Avec un arbre de choix, montrer qu'il y a 16 nombres possibles.
- 2) a. Quelle est la probabilité pour que dans le nombre choisi les quatre chiffres soient identiques ?
b. Quelle est la probabilité pour que le nombre choisi soit un multiple de 3 ? un multiple de 6 ?

Tableaux de choix



Objectifs :

- **Utiliser un tableau de choix afin de dénombrer l'univers.**
- **Utiliser le modèle d'équiprobabilité afin de calculer des probabilités.**

On lance deux dés cubiques bien équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

On note le produit des deux nombres obtenus.

- 1) A-t-on plus de chances d'obtenir un produit égal à 4 ou à 12 ?
- 2) Quelle est la probabilité que le produit soit un multiple de 3 ?

Un tableau permet de dénombrer tous les résultats possibles.

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

Diagrammes

✚ Pour les sportifs

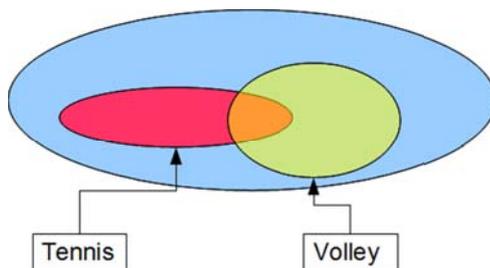
Objectifs :

- Utiliser un diagramme afin d'illustrer la situation.
- Utiliser le modèle d'équiprobabilité afin de calculer des probabilités.

Dans un groupe de 80 élèves de seconde, un professeur d'EPS a noté que le tennis est pratiqué par 34 élèves, le volley-ball par 25 élèves, 12 pratiquant à la fois le volley-ball et le tennis.
On choisit un élève au hasard parmi les 80.

- 1) Quelle est la probabilité de choisir un élève pratiquant uniquement le volley-ball ?
- 2) Quelle est la probabilité de choisir un élève qui ne pratique aucun de ces deux sports ?

Un diagramme permet d'illustrer la situation :



Tableaux croisés

✚ Contrôle qualité

Objectif : Utiliser un tableau croisé

Dans une production importante, on tire au hasard une pièce et on effectue un contrôle de sa qualité, à l'issue duquel la pièce est soit déclarée bonne pour le service, soit mise au rebut. Mais il arrive de temps à autre que le contrôle fasse quelques erreurs de diagnostic.
5 % des pièces sont défectueuses.
Une pièce a 1 chance sur 19 d'être refusée alors qu'elle est valable.
Parmi 5 pièces défectueuses, 1 pièce en moyenne est acceptée.

- 1) Compléter le tableau suivant, en expliquant la méthode de calcul. Par exemple sur un effectif de 1 000 000 pièces :

État réel \ État diagnostiqué	Pièces acceptées	Pièces refusées	Total
Pièces valables			
Pièces défectueuses			
Total			1 000 000

- 2) Quelle est la probabilité pour une pièce d'être acceptée, refusée ?
- 3) Une pièce a été acceptée ; quelle probabilité a-t-elle alors d'être défectueuse ?
- 4) Une pièce a été refusée ; quelle probabilité a-t-elle alors d'être valable ?

Arbres pondérés

✚ Fausses pièces

Objectif : Introduire la notion d'arbre pondéré

Dix boîtes d'apparence identique contiennent des pièces. Certaines de ces pièces sont vraies et les autres sont fausses. Les boîtes sont de trois types : B1, B2 et B3. Il y a 2 boîtes de type B1, 3 boîtes de type B2 et 5 boîtes de type B3.

Le tableau ci-dessous indique la répartition des pièces dans les boîtes selon leur type :

Type de boîte	B1	B2	B3
Nombre de fausses pièces	400	200	100
Nombre total de pièces	2 000	500	1 000

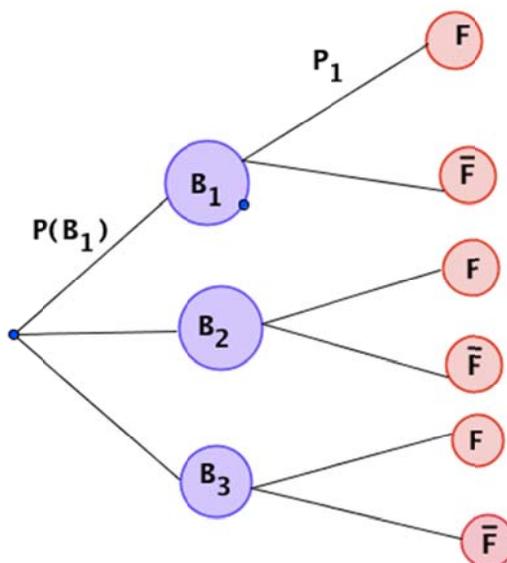
On réalise un arbre permettant d'illustrer la situation précédente

Sur chaque branche on indique une probabilité

$P(B_1)$ est la probabilité de choisir la boîte B1 ;

P_1 est la probabilité qu'une pièce provenant de B1 soit fausse.

1) Compléter cet arbre à l'aide des données



À l'aide de cet arbre,

2) Comment calculer la probabilité que la pièce soit fausse et provienne de B1 ?

3) Comment calculer la probabilité que la pièce soit fausse ?



Gommettes



Objectifs :

- Réaliser une simulation en vue d'estimer une probabilité
- Utiliser un arbre pondéré

Des enfants réalisent des tableaux aléatoires avec des gommettes bleues, jaunes et vertes. Pour cela ils lancent plusieurs fois deux dés.

À chaque lancer :

- si les deux faces obtenues sont impaires, ils collent une gommette bleue ;
- si les deux faces obtenues sont paires, ils collent une gommette jaune ;
- si les deux faces sont de parités différentes, ils collent une gommette verte.

On s'interroge sur les proportions de chaque couleur dans un dessin.

Partie 1 : SIMULATION

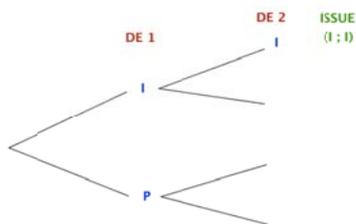
Construire la feuille de calcul ci-dessous, qui réalise une simulation de taille 100 de l'expérience.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Dé 1	Dé 2	Parité du dé 1	Parité du dé 2	Couleur de la gommette			
2	1	2	I	P	Verte		Fréquences des couleurs	
3	4	6	P	P	Jaune		Bleue	0,21
4	6	2	P	P	Jaune		Jaune	0,25
5	4	1	P	I	Verte		Verte	0,54
6	2	2	P	P	Jaune			
7	5	4	I	P	Verte			
8	6	6	P	P	Jaune			
9	4	6	P	P	Jaune			
10	2	4	P	P	Jaune			

Observer les fréquences obtenues en réalisant plusieurs fois cette simulation. (Utiliser la touche F9).

Partie 2 : UNE DEMONSTRATION

1) Pour décrire le lancer de deux dés, on construit l'arbre pondéré suivant



Compléter cet arbre pondéré et calculer la probabilité de chaque issue.

- 2) Quelle est la probabilité pour qu'un enfant colle une gommette bleue ? jaune ? verte ?
- 3) Comparer ces probabilités aux fréquences obtenues par simulation.
- 4) Comment peut-on augmenter la précision de la simulation ?



Objectif : Utiliser un arbre pondéré.

Georges a cassé sa pipe*. Sa femme décide de prendre en secondes nocces un époux de son acabit. Il y a une chance sur trois pour qu'il ait la même taille de vêtements que Georges. S'il a la même taille, il y a une chance sur deux pour qu'il ait la même pointure, s'il n'a pas la même taille, il y a une chance sur quatre pour qu'il ait la même pointure.

* *Il a quitté la vie sans rancune, il n'aura plus jamais mal aux dents ... cf. « le testament » Georges Brassens*

Soit l'ensemble des époux potentiels de la femme de Georges.

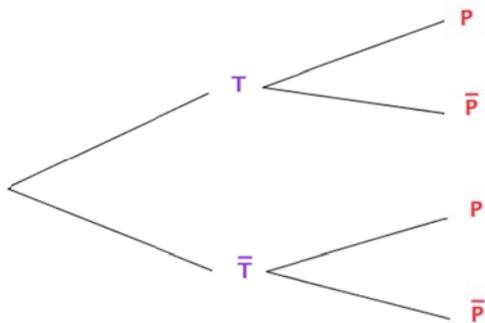
L'expérience consiste à choisir au hasard un futur époux X dans cet ensemble et à observer sa taille et sa pointure.

On note :

T l'événement « X a la même taille de vêtements que Georges »

P l'événement « X a la même pointure que Georges »

- 1) Quelle est la probabilité que le nouvel époux ait la même taille de vêtements que Georges ?
- 2) Compléter l'arbre pondéré ci-dessous



- 3) En utilisant cet arbre calculer la probabilité que :
 - a) le futur époux ait la même pointure et la même taille de vêtements que Georges.
 - b) le futur époux ait la même pointure que Georges.
- 4) En déduire la probabilité que le futur époux ait la même pointure ou la même taille de vêtements que Georges.