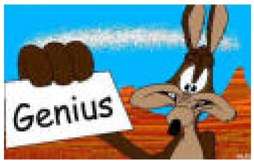
BREVET BLANC de MATHEMATIQUES
MAI 2004 - *Durée* : *2 heures*.

Les calculatrices sont autorisées.
L'orthographe, le soin et la présentation sont notés sur 4 points.
***Une feuille de papier millimétré** est fournie pour le problème.*



Activités numériques (12 points)

<u>Exercice 1</u>

1. On donne :

$A = \left(-4 + 3 \times \frac{2}{7}\right) : \left(\frac{3}{14}\right)$ $\qquad$ $B = \frac{4 - (2-5)^2}{4+5}$

Calculer les nombres A et B. Écrire les étapes et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

2. Prouver **par les calculs** que 0,000 25 est l'écriture décimale du nombre : $A = \frac{65 \times 10^3 \times 10^{-5}}{26 \times 10^2}$

Donner **l'écriture scientifique** du nombre A.

<u>Exercice 2</u>

Un commerçant augmente les prix de tous ses articles de8 %.
Un objet coûte x euros. Après avoir subi cette augmentation, il coûte y euros.

1. Exprimer y en fonction de x.

2. Un lecteur de DVD coûte, avant augmentation 329 euros. Combien coûtera t-il après ?

3. Un téléviseur coûte, après augmentation, 540 euros. Combien coûtait-il avant ?

<u>Exercice 3</u>

On donne l'expression algébrique :

$$D = (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2$$

1. Montrer que D peut s'écrire sous la forme développée et réduite : $D = 14x^2 - 9x - 18$.

2. Calculer les valeurs de D pour $x = \frac{3}{2}$ puis pour $x = \sqrt{2}$. Écrire le second résultat sous la forme $a + b\sqrt{2}$ avec a et b entiers.

3. Factoriser $6x - 9$, puis en déduire la factorisation de D.

4. Résoudre l'équation $(2x-3)(7x+6) = 0$.

T.S.V.P.

Activités géométriques (12 points)

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est le centimètre.

1. Placer les points A(2 ; 3), B(6 ; 1) et C(–1 ; –3).

2. a)Calculer la valeur exacte de la longueur BC .
b) Sachant de plus que AB = $2\sqrt{5}$ et AC = $3\sqrt{5}$, déterminer la nature du triangle ABC. Justifier.

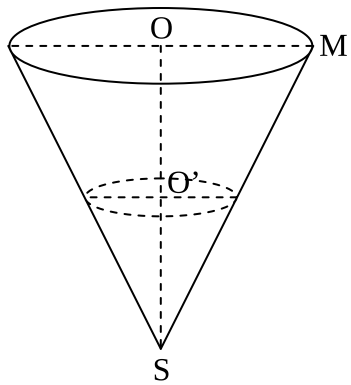
3. a) Placer sur la figure le point D(3 ; –5)

b) Démontrer alors que le quadrilatère ABDC est un rectangle.

c) Calculer les coordonnées du centre M de ce rectangle.

Exercice 2

Un récipient a une forme conique et a pour dimensions :
OM = 5 cm et OS = 10 cm.



1. Calculer, en cm^3 le volume du récipient (on donnera une valeur approchée **au dixième** prés).

2. On remplit d'eau le récipient jusqu'au point O' ; O'S vaut 5,3 cm. On sait que le cône formé par le liquide est une réduction du premier cône.

a. Préciser le coefficient de la réduction.

b. Calculer une valeur approchée du volume d'eau en cm^3 , **puis en litres**.

Rappel : *Le volume d'un cône est :* $\dfrac{B \times h}{3}$

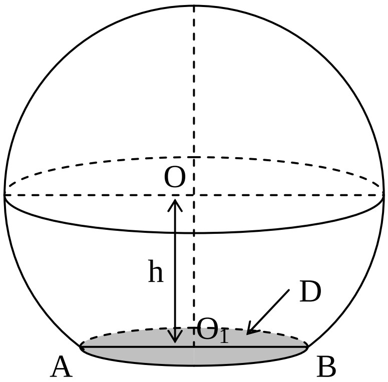
Exercice 3

Un menuisier doit tailler des boules en bois de 10 cm de diamètre pour les disposer sur une rampe d'escalier. Il confectionne d'abord des cubes de 10 cm d'arête dans lesquels il taille chaque boule.

1. Dans chaque cube, déterminer le volume (au cm^3 prés) de bois perdu, une fois la boule taillée.

2. Il découpe ensuite la boule de centre O suivant un plan pour la coller sur son emplacement. La surface ainsi obtenue est un disque D de centre O_1 et de diamètre AB = 5 cm.

Calculer à quelle distance du centre de la boule (h sur la figure) il doit réaliser cette découpe. Arrondir h au millimètre.



Rappel : *Le volume d'une boule de rayon R est* $\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

T.S.V.P.

Problème(12 points)

Une société commerciale d'accès à Internet propose 3 formules :

Formule A : L'accès à Internet est gratuit et on ne paye que les communications plein tarif, soit 1,5 € de l'heure.

Formule B : Pour cette formule, on paye l'accès à Internet 6 € par mois, et les communications restent aussi payantes mais leur prix est **réduit de 40 %** par rapport au plein tarif de 1,5 €

Formule C : Il s'agit d'un forfait mensuel de 30 € (c'est à dire que pour 30 € par mois, on ne paye pas les communications et l'accès à Internet est illimité).

1ère partie.

1. Comme il est précisé ci-dessus, le prix d'une heure de communication plein tarif est 1,5 €.
Calculer le prix d'une heure de communications si le tarif est réduit de 40 %.
Montrer que ce prix est 0,9 € de l'heure.

2. **a.** Recopier et compléter le tableau suivant.

	4h	16h	29h
Coût avec la formule A			
Coût avec la formule B			
Coût avec la formule C			

b. Déduire du tableau ci-dessus la formule qui est la plus avantageuse pour 4, 16, puis 29 heures de connexion par mois.

3. Soit x le nombre d'heures de connexion par mois. Exprimer en fonction du nombre x, le prix en euros payé en un mois :

a. Pour la formule A.
b. Pour la formule B.
c. Pour la formule C.

4. On considère les fonctions suivantes :
la fonction linéaire f telle que : $x \mapsto 1,5\,x$;
la fonction affine g telle que : $x \mapsto 0,9\,x + 6$;
la fonction constante h telle que : $x \mapsto 30$.

Sur la *feuille de papier millimétré*, tracer dans un repère (O, I, J) les droites D_f, D_g et D_h qui représentent respectivement les fonctions f, g et h.
On placera l'origine du repère en bas à gauche de la feuille.
On prendra 1 cm pour 2 heures en abscisses, et 1 cm pour 2 € en ordonnées, et on se limitera aux valeurs de x comprises entre 0 et 30.

T.S.V.P.

2ème partie.

Répondre aux questions suivantes par **simple lecture graphique**. On ne demande aucun calcul, aucune explication. Vous tracerez cependant obligatoirement les **pointillés** indiquant votre démarche sur le graphique.

1. Quel est le prix à payer avec la formule B pour 6 heures de connexion ?
2. Pour 6 heures de connexion, quel est la formule la plus avantageuse ?
3. Pour quel nombre d'heures de connexion les formules A et B sont-elles au même prix ?
4. Si je veux dépenser 24 euros dans le mois, quelle formule me permet le plus d'heures de connexion ?
5. A partir de combien d'heures de connexion la formule C devient-elle la plus avantageuse des trois formules ?

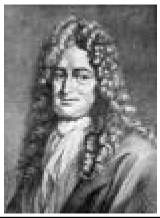
3ème partie.

1. a. Déterminer, **par un calcul**, le nombre d'heures de connexion pour lequel les formules A et B sont au même prix.

b. Calculer, pour le nombre d'heures trouvé au **a.**, quel sera le prix à payer avec les formules A et B.

2. a. Résoudre l'inéquation $0,9x + 6 \geq 30$.

b. Donner une interprétation des solutions de cette inéquation.



Leibniz. 1646 – 1717
Mathématicien allemand.
Il est à l'origine du mot « fonction ».