

*Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).
L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.*

PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1

1/ Calculer en détaillant et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A = 2 - \frac{5}{2} \div \frac{15}{4}$$

2/ a/ Donner l'écriture décimale de l'expression suivante : $B = \frac{2,5 \times 10^{-3} \times 9 \times 10^5}{15 \times 10^4}$

b/ En déduire l'écriture scientifique de B.

3/ Écrire sous la forme $a\sqrt{5}$ avec a entier relatif l'expression suivante :

$$C = 2\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - 10\sqrt{5}$$

Exercice 2

Soit $D = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(-5x + 7)$

1/ Développer et réduire D.

2/ Factoriser D.

3/ Résoudre l'équation $(2x - 3)(7x - 10) = 0$

Exercice 3

Un groupe de 15 amis a participé à un semi marathon (course de 21 km). Voici les résultats de tout le groupe dans le tableau ci-dessous :

Temps (en min)	90	100	105	120
Effectif	2	6	4	3

1/a/ Calculer la fréquence du temps 120 min.

b/ Calculer l'étendue de la série statistique de tous les temps du groupe.

c/ Déterminer le temps médian de cette série ; que représente-t-il pour ce groupe ?

d/ Calculer le temps moyen de cette série.

2/ Laurent a terminé sa course en 90 minutes. Calculer en km/h la vitesse moyenne de Laurent pendant sa course.

COLLÈGE MAX BRAMERIE DE LA FORCE		
Temps alloué : 2h	Coefficient : 2	Brevet Blanc
Épreuve : mathématiques		Date : vendredi 16 février 2007
Ce sujet comporte : 3 pages		Série collège : 1/3

DEUXIÈME PARTIE : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.

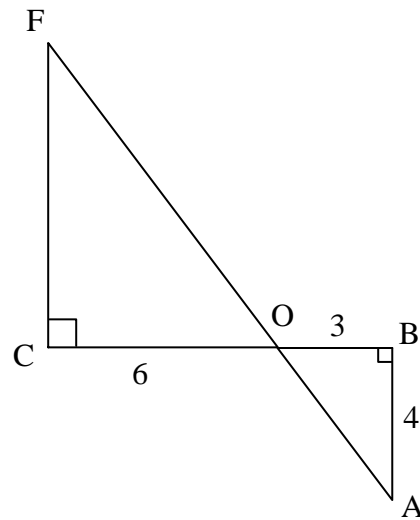
On donne $AB = 4 \text{ cm}$; $OB = 3 \text{ cm}$
et $OC = 6 \text{ cm}$.

Les droites (BC) et (AF) sont sécantes en O .

1/ Justifier que les droites (AB) et (CF) sont parallèles.

2/ Montrer que $OA = 5 \text{ cm}$.

3/ Calculer OF et CF .



Exercice 2

Soit C le cercle de centre O et de rayon 4 cm , $[AB]$ un diamètre du cercle C et M un point de ce cercle tel que $AM = 5 \text{ cm}$.

1/ Faire une figure en respectant les dimensions données et la compléter au fur et à mesure.

2/ Démontrer que AMB est un triangle rectangle.

3/ Calculer $\sin \widehat{MBA}$. **En déduire** une mesure de \widehat{MBA} arrondie au degré.

4/ Placer le point R au milieu du segment $[OB]$ et tracer le symétrique de M par rapport à R , on l'appelle P . Quelle est la nature du quadrilatère $OMBP$? Justifier.

5/ Que peut-on **en déduire** pour les vecteurs \vec{MO} et \vec{BP} ?

6/ Construire le point N tel que $\vec{MN} = \vec{MO} + \vec{BP}$

Ce sujet comporte : 3 pages	Série collège : 2/3
------------------------------------	----------------------------

TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAINÉES (12 points)

*Il sera porté une attention particulière à la **précision et la propreté** de la figure qui sera réalisée au crayon à papier et éventuellement avec des crayons de couleurs. (Feutres et stylos **interdits**)*

1/ a/ Construire un triangle OEF équilatéral de côté 3 cm.

b/ Construire le point A, image de O, par la symétrie de centre F.

c/ Tracer le cercle C de diamètre [OA].

2/ a/ Justifier que le point E est situé sur C.

b/ **En déduire** la nature du triangle OEA.

3/ Calculer la distance exacte AE que l'on exprimera sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

4/ Placer sur la figure le point M, image de A, par la translation de vecteur \vec{EO} .

5/ Quelle est la nature du quadrilatère AEOM ? Justifier la réponse.

6/ Construire le point H, tel que $\vec{OH} = \vec{OF} + \vec{OE}$, puis donner en la justifiant la nature du quadrilatère OEHF.

Ce sujet comporte : 3 pages	Série collège : 3/3
------------------------------------	----------------------------

SOLUTION : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1 (4,5 points)

<p>1/ (1,5 pt)</p> $A = 2 - \frac{5}{2} \div \frac{15}{4}$ $A = 2 - \frac{5}{2} \times \frac{4}{15}$ $A = 2 - \frac{5 \times 2 \times 2}{2 \times 5 \times 3}$ $A = 2 - \frac{2}{3} = \frac{6}{3} - \frac{2}{3}$ $A = \frac{6-2}{3} = \frac{4}{3}$	<p>2/(1,5 pt)</p> $a/ B = \frac{2,5 \times 10^{-3} \times 9 \times 10^5}{15 \times 10^4}$ $B = \frac{2,5 \times 9}{15} \times \frac{10^{-3} \times 10^5}{10^4}$ $B = 1,5 \times 10^{-3+5-4}$ $B = 1,5 \times 10^{-2}$ $B = 0,015 \text{ (écriture décimale)}$ <p>b/ B = 1,5 × 10⁻² (écriture scientifique)</p>	<p>3/ (1,5 pt)</p> $C = 2\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - 10\sqrt{5}$ $C = 2 \times \sqrt{9 \times 5} + 3 \times \sqrt{4 \times 5} - 10\sqrt{5}$ $C = 2 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5} + 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{5} - 10\sqrt{5}$ $C = 2 \times 3 \times \sqrt{5} + 3 \times 2 \times \sqrt{5} - 10\sqrt{5}$ $C = 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 10\sqrt{5}$ $C = 2\sqrt{5}$
--	---	---

Exercice 2 (4 points)

<p>1/ D = (2x - 3)² - (2x - 3)(-5x + 7)</p> $D = [(2x)^2 - 2 \times (2x) \times 3 + 3^2] - [-10x^2 + 14x + 15x - 21]$ $D = [4x^2 - 12x + 9] - [-10x^2 + 29x - 21]$ $D = 4x^2 - 12x + 9 + 10x^2 - 29x + 21$ $D = 14x^2 - 41x + 30 \text{ (1,5 pt)}$ <p>2/ D = (2x - 3)² - (2x - 3)(-5x + 7)</p> $D = (2x - 3)(2x - 3) - (2x - 3)(-5x + 7)$ $D = (2x - 3)[(2x - 3) - (-5x + 7)]$ $D = (2x - 3)(2x - 3 + 5x - 7)$ $D = (2x - 3)(7x - 10) \text{ (1,5 pt)}$	<p>3/ (2x - 3)(7x - 10) = 0</p> <p>Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.</p> <p>2x - 3 = 0 ou bien 7x - 10 = 0</p> $x = \frac{3}{2} \text{ ou } x = \frac{10}{7}$ <p>Cette équation admet deux solutions $\frac{3}{2}$ et $\frac{10}{7}$.</p> <p>(1 pt)</p>
---	--

Exercice 3 (3,5 points)

<p>1/ a/ Fréquence (120 min) = $\frac{3}{15} = 0,2 = 20\%$ (0,5 pt)</p> <p>b/ 120 min - 90 min = 30 min ; l'étendue de la série statistique de tous les temps du groupe est de 30 min. (0,5 pt)</p> <p>c/ la série de tous les temps est :</p> <p>90 90 100 100 100 100 100 100 100 105 105 105 105 120 120 120</p> <p style="text-align: center;"> </p> <p>Le temps médian de la série est 100 min ; il signifie qu'une moitié du groupe a réalisé un temps inférieur ou égal à 100 min et que l'autre moitié à réalisé un temps supérieur à 100 min. (0,5 pt)</p> <p>d/ Moyenne (temps) = $\frac{\text{somme de tous les temps}}{\text{nombre d'amis}}$</p> $\text{Moyenne (temps)} = \frac{2 \times 90 + 6 \times 100 + 4 \times 105 + 3 \times 120}{15}$ $\text{Moyenne (temps)} = \frac{1\ 560}{15} = 104$ <p>Le temps moyen de cette série est 104 min. (1 pt)</p>	<p>2/</p> $\text{vitesse} = \frac{21 \text{ km}}{90 \text{ min}}$ <p>vitesse ≈ 0,233 km/min</p> $\text{vitesse} = \frac{21}{90} \times 60$ <p>km/h</p> <p>vitesse = 14 km/h (1 pt)</p>
---	--

SOLUTION : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1 (6 points)

1/ Les deux droites (AB) et (CF) sont perpendiculaires à la même droite (BC) ; or deux perpendiculaires à la même droite sont parallèles : (AB) // (CF) (1 pt)

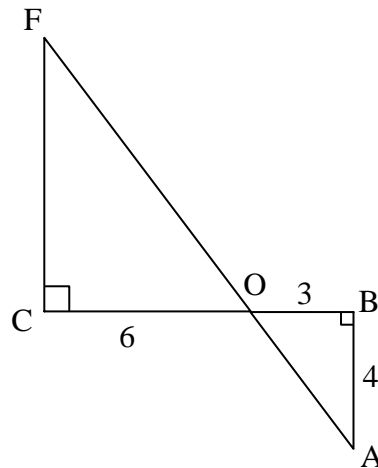
2/ Puisque le triangle ABO est rectangle en B, on peut appliquer le théorème de Pythagore :
 $OA^2 = AB^2 + BO^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

$$OA = \sqrt{25} = 5 \quad OA = 5 \text{ cm (2 pts)}$$

3/ Puisque les droites (BC) et (AF) sont sécantes en O avec (AB) // (CF) on peut appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OF} = \frac{AB}{CF} \text{ et en remplaçant on obtient}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{5}{OF} = \frac{4}{CF}$$



$$OF = \frac{6 \times 5}{3} = 10 \text{ et } CF = \frac{6 \times 4}{3} = 8$$

Ainsi OF = 10 cm et CF = 8 cm. (3pts)

Exercice 2 (6 points)

1/ La figure est réalisée ci-contre avec le cercle C de rayon 4 cm, de diamètre [AB] et tel que M soit situé sur le cercle avec AM = 5 cm. (1 pt)

2/ Puisque le triangle AMB est inscrit dans le cercle de diamètre [AB], il est rectangle en M. (1 pt)

3/ Puisque AMB est rectangle en M on peut utiliser sinus : $\sin \widehat{MBA} = \frac{AM}{AB} = \frac{5}{8}$

Avec la calculatrice on obtient :

$$\widehat{MBA} = \sin^{-1} \left(\frac{5}{8} \right) \approx 38,682...^\circ$$

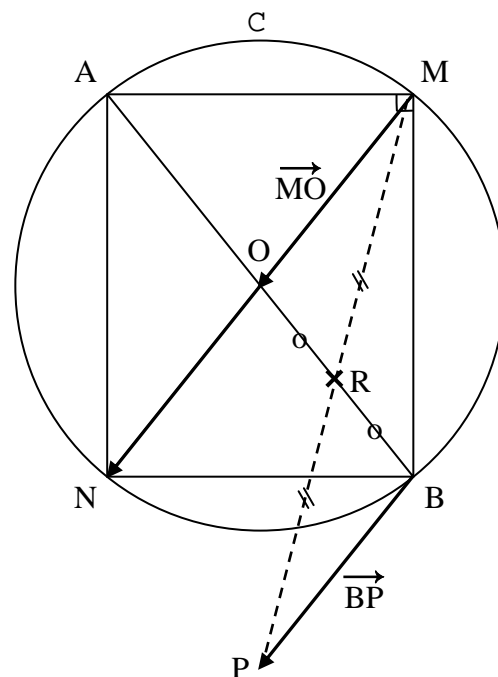
$$\widehat{MBA} \approx 39^\circ \text{ arrondi au degré. (1 pt)}$$

4/ Le point R est placé au milieu du segment [OB] avec son codage. (0,5 pt)

Puisque P est le symétrique de M par rapport à R, on a R au milieu du segment [MP] ; P est placé avec son codage.

Puisque ses diagonales [OB] et [MP] ont le même milieu R, le quadrilatère OMBP est un parallélogramme. (1 pt)

5/ Puisque OMBP est un parallélogramme, on a l'égalité $\vec{MO} = \vec{BP}$ (1 pt)



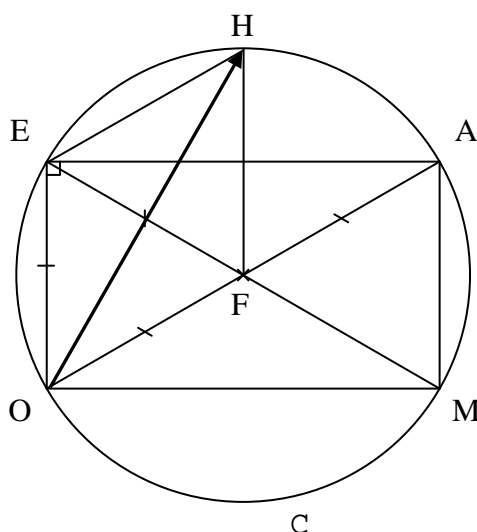
6/ N est construit tel que $\vec{MN} = \vec{MO} + \vec{BP}$
 (on a donc $\vec{MN} = \vec{MO} + \vec{MO} = 2 \vec{MO}$ d'où O est le milieu du segment [MN] et donc N est sur le cercle C) (0,5 pt)

SOLUTION : QUESTIONS ENCHAÎNÉES (12 points)

1/ a/ Le triangle OEF équilatéral de côté 3 cm est construit et son codage est marqué : $OE = EF = OF$. (0,5 pt)

b/ Puisque A est l'image de O par la symétrie de centre F, on a F situé au milieu du segment [OA] et A est construit avec le codage $OF = FA$. (0,5 pt)

c/ Le cercle C de diamètre [OA] est tracé ; son centre est F. (0,5 pt)



2/ a/ Puisque OEF est équilatéral, on a $FO = FE$ et puisque A est le symétrique de O par rapport à F, F est le milieu de [OA], on a aussi $FO = FA$.

Ainsi $FO = FE = FA$ et les trois points O, E et A sont équidistants de F : ils sont situés sur le cercle de centre F et de rayon OF : c'est le cercle C. (1pt)

b/ Puisque le triangle OEA est inscrit dans le cercle C de diamètre [OA], il est rectangle en E. (1,5 pt)

3/ Puisque OEA est rectangle en E, on peut appliquer le théorème de Pythagore :

$$AE^2 + OE^2 = OA^2$$

$$AE^2 + 3^2 = 6^2$$

$$AE^2 = 36 - 9 = 27$$

$$AE = \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$AE = 3\sqrt{3} \text{ cm. (2 pts)}$$

4/ M, image de A par la translation de vecteur \vec{EO} est placé sur la figure. (1 pt)

5/ Puisque M est l'image de A par la translation de vecteur \vec{EO} , le quadrilatère AEOM est un parallélogramme. Puisque d'après la question 2/b/ le triangle OEA est rectangle en E, AEOM est un parallélogramme ayant un angle droit : c'est un rectangle. (2 pts)

6/ H est construit tel que $\vec{OH} = \vec{OF} + \vec{OE}$. (1 pt)

Puisque $\vec{OH} = \vec{OF} + \vec{OE}$, le quadrilatère OEHF est un parallélogramme. (1 pt)

Puisque OEF est un triangle équilatéral, ses côtés ont la même mesure et $OE = OF$. Puisque OEHF est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même mesure, c'est un losange. (1 pt)