

## S'informer, analyser

Pour chacun des exercices ci-dessous, un **énoncé** est donné. À la suite de celui-ci une série de **questions** est proposée.

L'objectif est de répondre aux questions **sans résoudre** l'exercice.

### Énoncé :

$ABC$  est un triangle tel que  $AB = 5$ ,  $BC = 8$  et  $AC = 6$ .

On place un point  $M$  sur  $[AB]$  et on note  $x$  la distance  $AM$ .  $N$  est le point d'intersection de la droite  $(AC)$  et de la parallèle à la droite  $(BC)$  passant par  $M$ .

Le but de l'exercice est de déterminer la position du point  $M$  pour que le triangle  $AMN$  et le trapèze  $BMNC$  aient le même périmètre.

1. Calculer les distances  $MN$  et  $AN$ .
2. Calculer le périmètre  $p(x)$  du triangle  $AMN$  puis le périmètre  $q(x)$  du trapèze  $BMNC$ .
3. Tracer les droites d'équation :  $y = 19 - \frac{3}{5}x$  et  $y = \frac{19}{5}x$ .
4. Déterminer graphiquement puis par le calcul, la position du point  $M$  tel que le triangle  $AMN$  et le trapèze  $BMNC$  aient le même périmètre.

### Questions :

1. Quelle figure-clé est présente dans cet exercice ? En déduire la méthode à utiliser pour calculer  $MN$ .
2. Pour quelles valeurs de  $x$  peut-on vérifier facilement le résultat du périmètre  $p(x)$  ?
3. Même question pour le périmètre  $q(x)$ .
4. Quel est le lien entre les questions 2. et 3 de l'énoncé. ? Quelles sont les expressions  $p(x)$  et  $q(x)$  ?
5. Quel est le lien entre les questions 3. et 4 de l'énoncé.  
Comment peut-on déterminer graphiquement la position du point  $M$  ?

**Énoncé :**  $ABCD$  est un carré de centre  $O$ .  $M$ ,  $N$ ,  $P$  et  $Q$  sont définis par :

$$\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB} \quad ; \quad \overline{BN} = \frac{2}{3}\overline{BC} \quad ; \quad \overline{CP} = \frac{1}{3}\overline{CD} \quad ; \quad \overline{DQ} = \frac{2}{3}\overline{DA}$$

1. Montrer que  $\overline{MN} = \frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AD}$ .
2. Démontrer que le quadrilatère  $MNPQ$  est un parallélogramme.
3. Démontrer que le quadrilatère  $AQCN$  est un parallélogramme.
4. Montrer que  $O$  est le milieu du segment  $[QN]$ .

### Questions :

1. À l'aide de quels points, doit-on décomposer le vecteur  $\overline{MN}$  pour répondre à la première question ?
2. Quelle méthode faut-il choisir pour démontrer que  $MNPQ$  est un parallélogramme ? Même question avec le quadrilatère  $AQCN$ .
3. Quelle méthode semble la plus appropriée pour répondre au 4. ?

Source : *Les Méthodiques Hatier*