Expérimentation d'évaluation en 1ère

Mai 1999 **durée : 2 heures**

Première ES - Sujet 1

(pour les élèves suivant l'option mathématiques appliquées)

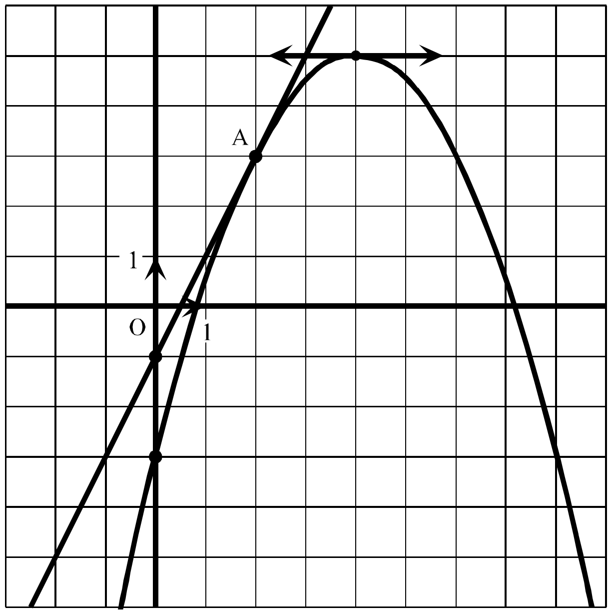
Les calculatrices sont autorisées. En l'absence d'indication contraire dans l'énoncé, toutes les réponses devront être justifiées.

Exercice 1 (6 points)

Pour le graphique ci-contre, le repère est orthonormal, les points en gras appartiennent aux différents tracés et sont à des nœuds du quadrillage.

On y a représenté une parabole, la tangente en son sommet, ainsi que sa tangente au point A de coordonnées (2 ; 3)

1. Déterminer une équation de la tangente au point A à cette parabole.
2. Déterminer une équation de cette parabole.



Exercice 2 (7 points)

Dans un même repère du plan, on considère la courbe $\mathscr{C}$ représentant la fonction $x \mapsto x^3 + 4x^2 - x$ et la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 78{,}5x - 190$.

1. Étudier l'intersection de $\mathscr{C}$ et de $\mathscr{D}$. On pourra s'aider d'une calculatrice pour conjecturer une valeur de l'abscisse de l'un des points d'intersection.
2. La droite $\mathscr{D}$ est-elle tangente à $\mathscr{C}$?

Exercice 3 (7 points)

Le tableau ci-dessous donne la **répartition des sortants du système éducatif français selon le diplôme de plus haut niveau obtenu** (en milliers) :

Diplôme de plus haut niveau obtenu	*Année de sortie*				
	1980	***1990***	***1994***	***1995***	***1996***
Aucun diplôme	202	133	102	97	93
Brevet seul	80	61	52	51	55
CAP BEP ou équivalent	220	129	111	119	120
Baccalauréat général	81	50	66	74	78
Bac. technologique, professionnel ou assimilé	32	65	94	90	93
BTS, DUT ou équivalent	29	60	85	103	93
DEUG ou équivalent	36	37	29	32	34
Supérieur long	45	87	128	138	160
Total sortants	725	622	667	704	726

(Source : enquêtes emploi de l'INSEE in "L'état de l'Ecole" édité par le Ministère de l'Education Nationale, de la Recherche et de la Technologie, octobre 1998).

Exemple de lecture : en 1996, 78000 jeunes sont sortis du système éducatif en ayant pour diplôme de plus haut niveau un baccalauréat général.

Des 7 affirmations qui suivent, deux d'entre elles ne peuvent pas se déduire du tableau ci-dessus : préciser lesquelles.
Pour chacune des autres, la justifier à l'aide d'informations ou calculs judicieusement déduits du tableau ci-dessus.

① Les jeunes qui achèvent leurs études sont de plus en plus diplômés.

② La baisse des sorties de formation initiale sans diplôme se prolonge.

③ Plus de 60% des sortants 1996 ont obtenu un diplôme de niveau baccalauréat ou plus.

④ Le pourcentage de ceux qui sortent avec un diplôme de niveau baccalauréat ou plus n'a pas cessé d'augmenter.

⑤ Plus de 80% d'une classe d'âge arrive jusqu'au baccalauréat ?

⑥ Il y a eu une forte baisse du nombre de bacheliers des séries générales vers l'année 1990.

⑦ Entre les années 1980 et 1996, la progression du nombre de sortants ayant obtenu un diplôme du supérieur long a été de 8,25 % par an en moyenne.

Expérimentation d'évaluation en 1^ère^

Mai 1999 **durée : 2 heures**

Première ES - Sujet 2

Les calculatrices sont autorisées. En l'absence d'indication contraire dans l'énoncé, toutes les réponses devront être justifiées.

Exercice 1 (6 points)

1 On considère une suite arithmétique (U_n) telle que $U_{1975} = 1515$ et $U_{1998} = 1998$.

a) Calculer sa raison r et son premier terme U_0 .

b) Y a-t-il un terme de cette suite égal à 1 ? à 234 ?

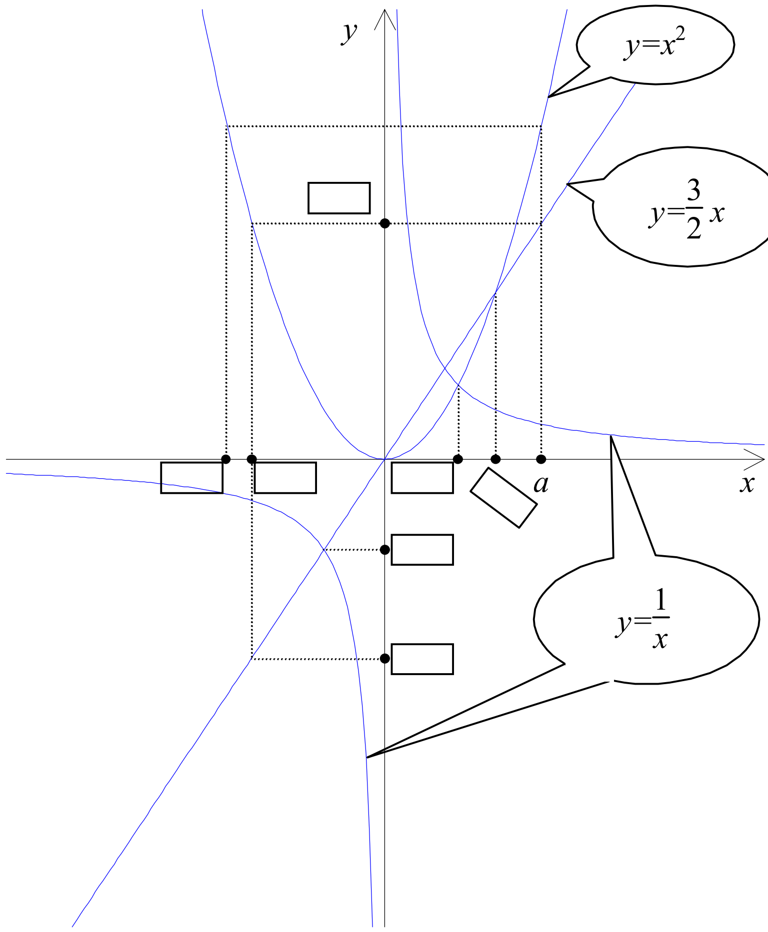
2 On considère une suite géométrique (V_n) telle que $V_{2000} = 2^{10}$ et $V_{1990} = 3^{10}$.

Calculer V_{1998} .

Exercice 2 (7 points)

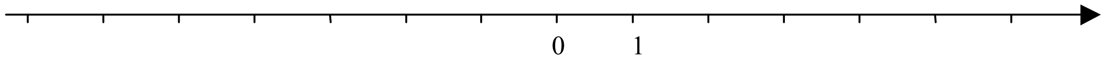
Les unités sur les axes ont été volontairement effacées mais elles sont égales sur chaque axe. Les segments en pointillés sont parallèles aux axes ; leurs extrémités appartiennent aux axes (points en gras) ou aux courbes dont une équation est donnée sur le graphique ci-contre ; a est un réel strictement positif.

Selon le cas, déterminer l'abscisse ou l'ordonnée, exprimées pour certaines en fonction de a, des points en gras de façon à compléter les cases vides.



Exercice 3 (7 points)

Un objet se déplace sur un axe gradué, en faisant des pas successifs d'une unité dans un sens ou dans l'autre : il part de l'abscisse 0 sur l'axe ; à chaque pas, on choisit au hasard de le faire avancer d'une unité ou bien reculer d'une unité.



On considère l'expérience aléatoire qui consiste à faire faire à l'objet un déplacement de cinq pas : on appelle un tel déplacement une **marche aléatoire** de cinq pas.
Pour **simuler** cette expérience, on choisit le sens de déplacement de chaque pas en utilisant la table de nombres aléatoires ci-dessous :

7	0	5	7	3	1	5	8	5	9	5	7	2	3	1	8	5	8	9	0
9	1	7	1	9	9	2	1	8	2	8	3	4	0	0	2	9	1	4	1
3	9	4	7	3	5	7	9	3	3	1	0	2	6	5	3	7	9	1	3
9	6	4	0	9	2	1	0	8	4	6	8	4	9	7	1	4	0	3	4
4	7	6	2	1	4	0	4	2	9	0	8	9	6	8	9	8	1	0	3
6	2	8	1	5	9	3	6	3	2	8	8	7	6	3	1	4	2	8	4
5	2	3	5	5	4	2	2	3	5	7	2	2	3	0	5	6	1	8	0
7	7	9	9	4	2	6	5	9	1	5	5	0	8	2	3	0	9	7	7

Cette table, composée de 160 nombres entiers inférieurs à 10, correspond aux résultats de 160 tirages au hasard d'un nombre entier de 0 à 9 inclus, chaque tirage étant considéré comme indépendant de chacun des autres.
Voici une simulation possible de marche aléatoire de cinq pas :
On parcourt la table dans le sens habituel de lecture ; on traduit chaque nombre par R ("recule") s'il est impair, et pas A ("avance") s'il est pair ; cinq nombres successifs permettent de définir ainsi une marche aléatoire de cinq pas.
Par exemple, les cinq premiers nombres de la table, qui sont "7-0-5-7-3", définissent la première marche aléatoire de cinq pas qui sera codée "R-A-R-R-R". On passe ensuite à "1-5-8-5-9" qui simule la deuxième marche aléatoire de cinq pas, toujours à partir de l'abscisse 0 …

1. a) Poursuivre dette simulation pour simuler 30 marches aléatoires de cinq pas en utilisant la table de nombres aléatoires ci-dessus, et relever les résultats en remplissant un tableau du type suivant :

	1^{er} pas	$2^{ème}$ pas	$3^{ème}$ pas	$4^{ème}$ pas	$5^{ème}$ pas	arrivée
$1^{ère}$ marche	*R*	*A*	*R*	*R*	*R*	-3
$2^{ème}$ marche						
…						

Dans la dernière colonne, pour chaque marche aléatoire de cinq pas, on indique l'abscisse du point d'arrivée et, dans les autres colonnes, *R* pour signifier que l'objet recule d'un pas ou *A* pour signifier qu'il avance d'un pas.

b) Quelles sont toutes les abscisses possibles des points d'arrivée d'une telle marche aléatoire de cinq pas ?

c) Dans la simulation précédente, quelle fréquence a-t-on obtenue de l'événement “ la marche aléatoire de cinq pas aboutit au point d'abscisse 1 ” ?

2. Quelle est la probabilité de l'événement “ la marche aléatoire de cinq pas aboutit au point d'abscisse 1 ” ?

Expérimentation d'évaluations en classe de première

Mai 1999 **durée 2 heures**

PREMIERE ES

Sujet 3

Exercice 1 : (7 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des propositions énoncées est exacte.
Indiquer uniquement sur la copie le numéro de la question (Q1 à Q7) et la lettre correspondant à la réponse exacte associée.
Barème :
bonne réponse : +1 point ; pas de réponse : 0 point ; mauvaise réponse : –0,5 point.

Q1. Une hausse de 12% suivie d'une hausse de 20 % produisent le même résultat qu'une hausse unique :

a) égale à 32 %
b) supérieure à 32 %
c) inférieure à 32 %

Q2. Une baisse de 15 % suivie d'une hausse de 10 % produit le même résultat qu'une hausse de 10 % suivie d'une baisse de 15 % :

a) vrai
b) faux

Q3. Deux polynômes du second degré qui admettent pour racines les nombres –5 et 1,5 ont des coefficients proportionnels :

a) vrai
b) faux

Q4. Une suite géométrique de premier terme 1 et de raison positive est forcément croissante :

a) vrai
b) faux

Q5. Une fonction définie sur l'intervalle [1 , 2] qui s'annule en 1 prend forcément des valeurs strictement positives et des valeurs strictement négatives :

a) vrai
b) faux

Q6. Une fonction strictement croissante sur $\mathbb{R}$ prend des valeurs positives :

a) vrai
b) faux

Q7. La fonction f est définie sur [-2 , +2].
On sait de plus que f n'est pas paire. Peut-on avoir quand même f(1) = f(-1) ?

a) oui
b) non

Exercice 2 : (7 points)

Chaque année, pendant six ans, Monsieur Hadain économise 10 000 euros qu'il place sur un compte à intérêts capitalisés, rémunéré à un taux de t %.

1. Exprimer en fonction de t la fortune de Monsieur Hadain le jour de son $6^{\text{ième}}$ placement.

2. Monsieur Hadain, sur les conseils d'un ami, estime que sa fortune est donnée par la fonction φ définie par $\varphi(t) = 20\,t^2 + 1\,500\,t + 60\,000$.

   En utilisant une calculatrice graphique, en reproduisant à main levée l'esquisse des écrans obtenus et en expliquant la démarche suivie, répondre aux questions suivantes :

a. Le résultat du calcul de Monsieur Hadain est-il supérieur ou inférieur à sa fortune ?

b. Pour quels taux, donnés avec deux décimales, l'écart entre le résultat du calcul de Monsieur Hadain et sa fortune est-il inférieur à 30 euros ?

c. Pour quels taux, donnés avec deux décimales, le pourcentage d'erreur commise est-il inférieur à 0,05 % ?

3. Monsieur Hadain veut négocier le taux de placement annuel de telle sorte que sa fortune, le jour du $6^{\text{ième}}$ placement, soit 70 000 euros.

Quel taux, donné avec deux décimales, doit-il demander à son banquier s'il estime que sa fortune est $\varphi(t)$?

Exercice 3 : (6 points)

Ci-dessous figurent deux tableaux incomplets donnant les cours en Bourse de valeurs françaises pour deux jours consécutifs. Compléter ces tableaux.

Tableau 1 :

Mardi 2 février 1999

Valeurs	Cours du jour en euros	Cours du jour en francs	Variation en % par rapport à la veille
Valeur A			+ 4,14
Valeur B			+ 1,01
Valeur C	700	4591,70	- 2,09
Valeur D		278,13	+ 3,41

Tableau 2 :

Mercredi 3 février 1999

Valeurs	Cours du jour en euros	Cours du jour en francs	Variation en % par rapport à la veille
Valeur A	68	446,05	+ 0,29
Valeur B	251,50	1649,73	+ 0,80
Valeur C	685	4493,31	- 2,14
Valeur D		276,49	

Expérimentation d'évaluation en 1ère

Mai 1999 **durée : 2 heures**

Première ES - Sujet 4

(pour les élèves suivant l'option mathématiques appliquées)

Les calculatrices sont autorisées. En l'absence d'indication contraire dans l'énoncé, toutes les réponses devront être justifiées.

Exercice 1 (6 points)

1. Définir le barycentre de trois points pondérés et l'isobarycentre de trois points.
   Donner deux exemples illustrant ces deux définitions.
2. Donner un exemple d'utilisation de l'associativité du barycentre.

Exercice 2 (5 points)

Assembler q ordinateurs coûte, en milliers de francs, à une entreprise :

$$C(q) = 0{,}05q^2 + 2q + 45$$

La concurrence est telle que l'entreprise vend ces ordinateurs à prix coûtant.

1. Quel est le prix unitaire d'un ordinateur lorsqu'on en fabrique q ?
2. Pour quelle valeur de q ce prix est-il le moins élevé ?

Exercice 3 (9 points)

Les unités des quantités et des prix étant fixées, l'offre et la demande de blé sur un marché sont modélisées par les relations suivantes :

La demande d_n de l'année n dépend du prix p_n de l'année n selon la relation :

$$d_n = 500 - p_n$$

L'offre S_n de l'année n dépend du prix de l'année précédente par la relation $S_n = 150 + \frac{3}{4}p_{n-1}$.

Chaque année n, l'offre est égale à la demande, fixant ainsi le prix p_n en fonction du prix p_{n-1}.

1. Exprimer p_n en fonction de p_{n-1}.
2. Si $p_0 = 50$, recopier et compléter le tableau suivant (les premiers résultats sont donnés ; ils ont été calculés avec un nombre suffisant de décimales, puis arrondis au centième) :

Année	Prix	Offre = demande	Année	Prix	Offre = demande
0	50,00				
1	312,50	187,50	11		
2	115,63	384,38	12		
3	263,28	236,72	13		
4	152,54	347,46	14		
5	235,60	264,40	15		
6			16		
7			17		
8			18		
9			19		
10			20		

3. Les prix semblent se stabiliser autour d'une valeur L entière. Quelle est cette valeur ?
4. Montrer que la suite de terme général $v_n = p_n - L$ est géométrique.
   En déduire v_n puis p_n en fonction de n.
   Justifier que (p_n) admet une limite (prix d'équilibre).
5. On envisage de subventionner les producteurs au taux de 40 %. Cette politique se traduirait par le schéma suivant :
   Si le prix du marché de l'année n est p_n, les producteurs reçoivent $p'_{n-1} = 1{,}4\times p_{n-1}$ et ajustent leur offre S_n sur p'_{n-1}.
   Calculer p'_0, p'_1, p'_2, p'_3 et p'_4.

Expérimentation d'évaluation en 1ère

Mai 1999 **durée : 2 heures**

Première ES - Sujet 5

Les calculatrices sont autorisées. En l'absence d'indication contraire dans l'énoncé, toutes les réponses devront être justifiées.

Exercice 1 (6 points)

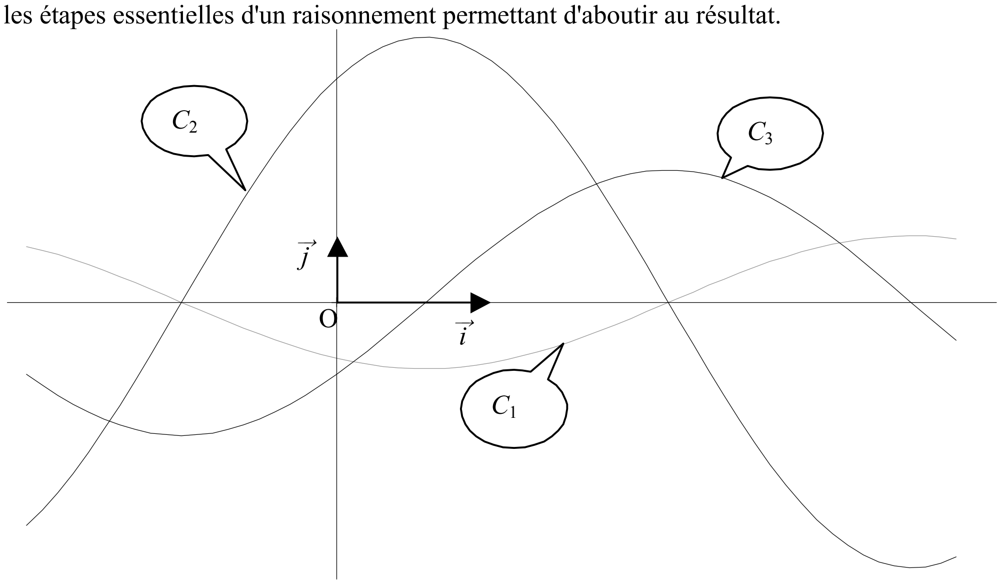
1. Comparer deux augmentations successives d'une quantité d'un pourcentage p à une augmentation de cette quantité d'un pourcentage double $2p$.
2. On augmente une quantité de t % puis on la diminue de t %. Que se passe-t-il ?
3. Augmenter une quantité de t % puis la diminuer de t' %, est-ce équivalent à diminuer cette quantité de t' % puis l'augmenter de t % ?

Exercice 2 (6 points)

Sur la figure ci-dessous sont tracées trois courbes C_1, C_2 et C_3.
Ces courbes représentent, dans un repère orthonormal, des fonctions f, g et h.
L'exercice consiste à associer à chaque courbe le nom de la fonction qu'elle représente, sachant que les fonctions f, g et h sont dérivables et que :

$$f' = g \text{ et } g' = h.$$

Présenter les étapes essentielles d'un raisonnement permettant d'aboutir au résultat.



Exercice 3 (8 points)

1. Etudier les variations de la fonction f définie sur $[1 ; +\infty[$ par $f(x) = 0{,}05x + 2 + \dfrac{45}{x}$.
2. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On prendra pour unité graphique 0,1 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.
3. Assembler q ordinateurs coûte, en milliers de francs, à une entreprise :

$$C(q) = 0{,}05q^2 + 2q + 45$$

   La concurrence est telle que l'entreprise vend ces ordinateurs à prix coûtant.
   Toutes les entreprises de ce secteur fonctionnent dans les mêmes conditions.
   a) Quel est le prix unitaire d'un ordinateur lorsqu'on en fabrique q ?
   b) Pour quelle valeur de q ce prix est-il le moins élevé ?
   c) Une administration décide d'acheter 600 ordinateurs.
   A combien d'entreprises doit-elle s'adresser pour minimiser le coût de cette opération ?

Expérimentation d'évaluation en 1ère

Mai 1999 **durée : 2 heures**

Première ES - Sujet 6

Les calculatrices sont autorisées. En l'absence d'indication contraire dans l'énoncé, toutes les réponses devront être justifiées.

Une société UM (Urgence Médicaments) a le monopole des transports urgents de médicaments dans une agglomération.
Elle facture ses prestations à l'unité, appelée "course".
Les divers coûts mensuels entraînés par q courses s'élèvent à $C(q) = 0{,}1q^2 + 13q + 1960$.
Une étude de ce marché a montré qu'au prix unitaire p, on peut s'attendre à une demande mensuelle q égale à $500 - 4p$ courses médicales.

Partie I

1. Lorsque UM réalise q courses, exprimer en fonction de q le coût d'une course $f(q) = \dfrac{C(q)}{q}$.
   f est considérée comme une fonction définie sur $[0\,;+\infty[$.
2. On appelle G la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $(O;\ \vec{i},\ \vec{j})$ du plan (pour le graphique, on prendra 1 cm pour 50 unités sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnés).
   a) Etudier les variations de f sur $[0\,;+\infty[$.
   b) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
   c) Préciser les asymptotes éventuelles de G.
   d) Tracer G. On limitera le tracé aux points d'abscisse inférieure à 500.
3. Quel est le minimum de f ?
   Expliquer pourquoi, compte tenu de la demande mensuelle, UM ne peut pas proposer ce prix à sa clientèle sans la mécontenter ou subir des pertes.

Partie II

Dans cette partie, il n'est demandé aucun tracé de courbe ni calcul de limite.
La société UM cherche à rendre maximum son bénéfice mensuel.

1. Au cours d'un mois, UM effectue q courses. Calculer, en fonction de q :
   a) Le prix p de chaque course, compte tenu de la demande $q = 500 - 4p$;
   b) La recette réalisée $R(q)$;
   c) Le bénéfice réalisé $B(q)$.
2. Après étude des variations de la fonction B, déterminer le nombre de courses qui rend maximum le bénéfice de UM.
   Quel est alors le prix p de chaque course ?

Partie III

La municipalité décide alors de taxer la société UM à raison de 28 francs la course.
Les fonctions coût et bénéfice s'en trouvent modifiées.

1. Déterminer ces nouvelles fonctions, notées f_t et B_t.
2. En reprenant le raisonnement de la seconde partie, évaluer le nombre de courses et le prix de chacune d'elles lorsque le bénéfice B_t est maximal.
3. La taxe est–elle entièrement répercutée sur la clientèle ?