DEVOIR COMMUN DE MATHÉMATIQUES DES CLASSES DE SECONDE

jeudi 13 mars 2008 de 8h à 10h

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

La page 2 du sujet est à rendre avec la copie.

Exercice 1 (5 points)

Il y a une seule bonne réponse par question.

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre réponse. Aucune justification n'est attendue.

Une bonne réponse rapporte 0,5 point ; une absence de réponse compte 0 point ; une mauvaise réponse ou une réponse multiple retire 0,25 point. En cas de total négatif, la note de l'exercice est rapportée à 0.

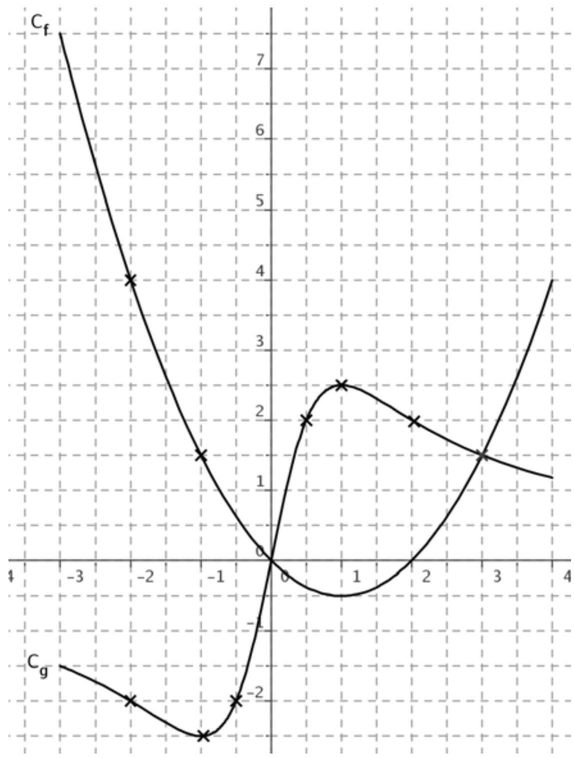
Numéro	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Quel est le seul nombre premier ?	1989	2001	2003
2	La décomposition de 2100 en produit de facteurs premiers est	$2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$	$2 \times 5^2 \times 6 \times 7$	21×10^2
3	$4^2 - 5^2 \times (10 - 2^3)$ est égal à	2	–18	–34
4	$x \in]-2\,;\,3]$ signifie	$-2 < x < 3$	$-2 \leq x < 3$	$-2 < x \leq 3$
5	$\dfrac{3a}{8} + \dfrac{5a}{12}$ est égal à	$\dfrac{8a}{20}$	$\dfrac{19a}{24}$	$\dfrac{15a^2}{96}$
6	Pour a et b deux réels non nuls, $(a^2b^{-3})^2$ est égal à	$(ab)^{-2}$	a^4b^{-6}	a^4b^9
7	$\sqrt{50} + \sqrt{162}$ est égal à	$2\sqrt{3}$	$14\sqrt{2}$	$\sqrt{212}$
8	$-3a + 2 = -9$ équivaut à	$a = \dfrac{11}{3}$	$a = -\dfrac{11}{3}$	$a = -\dfrac{3}{11}$
9	Si $x < y < -1$, alors	$\dfrac{x+1}{3} > \dfrac{y+1}{3}$	$x^2 > y^2$	$xy < 0$
10	Pour $x = -3$, l'expression $-2x^2 + x$ vaut	–21	–15	15

Exercice 2 (9 points)

Partie I : Lecture graphique (4 points)

Soit f et g deux fonctions définies sur [–3 ; 4] par leurs courbes C_f et C_g tracées ci-contre.

1. Déterminer l'image de 2 par f puis celle de $-\dfrac{1}{2}$ par g.
2. Déterminer les antécédents éventuels de $\dfrac{3}{2}$ et de -1 par f, puis ceux de $-\dfrac{5}{2}$ et de 2 par g.
3. Dresser le tableau de variations de g sur [–3 ; 4].
4. Déterminer le maximum de g sur [–3 ; 4]. En quelle valeur est-il atteint ?
5. Dresser le tableau donnant le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.
6. Résoudre graphiquement $g(x) > 2$.
7. Résoudre graphiquement $f(x) \geq g(x)$.



NOM : ………………….………………… Classe : ……

Partie II : Calcul (5 points)

Dans cette partie, on donne l'expression de la fonction f précédente sur $[-3 ; 4]$: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x$.

1. Calculer l'image de $\frac{2}{3}$ et celle de $2 - \sqrt{3}$ par f.
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Interpréter graphiquement les solutions.
3. a) Montrer que $f(x) = \frac{1}{2}[(x-1)^2 - 1]$.

   b) Soit deux réels c et d appartenant à l'intervalle $[1 ; 4]$ et tels que $c \leq d$.
   Compléter les inégalités suivantes en justifiant chaque étape.
   Si $1 \leq c \leq d$,

   alors ….. …. $c - 1$ …. $d - 1$, ……………………………..………………………………………

   alors $(c-1)^2$ …. $(d-1)^2$, ……………………………………………………………………………

   alors $(c-1)^2 - 1$ …. $(d-1)^2 - 1$, ………………………………………………………………………

   alors $\frac{1}{2}[(c-1)^2 - 1]$ …. $\frac{1}{2}[(d-1)^2 - 1]$, ………………………………………………………..

   Qu'en déduit-on pour la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 4]$?
4. a) A l'aide d'un tableau de signes, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(x-3)(x+1) < 0$.

   b) Vérifier que $\frac{1}{2}(x-3)(x+1) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$.

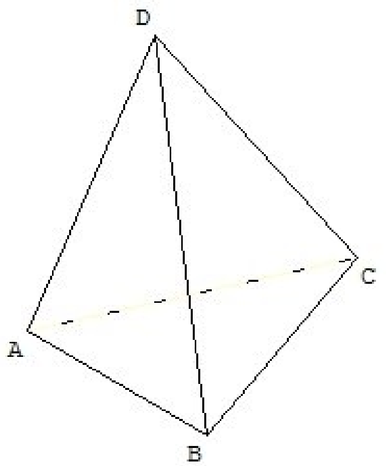
   c) Déduire des questions a) et b) la résolution algébrique de l'inéquation $f(x) < \frac{3}{2}$.

Exercice 3 (3,5 points)

On considère un tétraèdre ABCD. On note I le point du segment [AD] tel que $DI = \frac{1}{3}DA$, J et K les milieux respectifs des segments [DB] et [DC].

Les droites (IJ) et (IK) coupent respectivement les droites (AB) et (AC) en M et N.

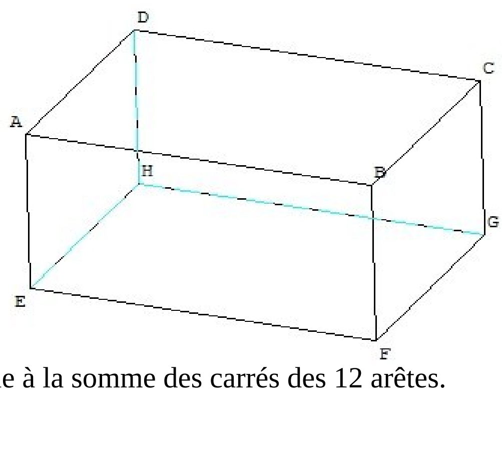
1. Compléter la figure ci-jointe.
2. Déterminer et dessiner l'intersection des plans (ABC) et (IJK).
3. Démontrer que la droite (JK) est parallèle au plan (ABC).
4. Démontrer que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



Exercice 4 (2,5 points)

On considère le pavé droit ci-contre tel que :
AE = 2 cm, EF = 4 cm et FG = 3 cm.

1. Expliquer pourquoi la droite (AE) est orthogonale au plan (EFG).
2. En déduire la nature du triangle AEG (réponse à justifier).
3. Calculer EG puis AG.



Question bonus (+ 1 point)

Montrer que la somme des carrés des quatre diagonales du pavé est égale à la somme des carrés des 12 arêtes.