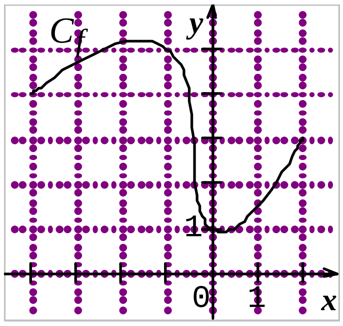
SECONDE – Eléments de correction du devoir commun de mathématiques n°2 du 27 mai 2009

Exercice 1 : Vrai ou Faux ? (sur 5 points).

1. Faux. Contre-exemple : pour $a = 1$ et $b = 2$, $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$ alors que $a + b = 3$.
2. Faux. Contre-exemple : pour $x = -1$, $\left|x+\frac{1}{2}\right| = \left|-1+\frac{1}{2}\right| = \left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$ donc $\left|x+\frac{1}{2}\right| \leq 1$ mais $-1 \notin \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$. Remarque : on peut aussi résoudre l'inéquation $\left|x+\frac{1}{2}\right| \leq 1$ qui équivaut successivement à $d\left(x, -\frac{1}{2}\right) \leq 1$; $-\frac{1}{2}-1 \leq x \leq -\frac{1}{2}+1$; $x \in \left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right]$.
3. Vrai car $\frac{3\left(-\frac{2}{3}\right)-2}{2} - \frac{6\left(-\frac{2}{3}\right)-5}{3} = \frac{-2-2}{2} - \frac{-4-5}{3} = \frac{-4}{2} - \frac{-9}{3} = -2+3 = 1$.
4. Faux.

Contre-exemple : il suffit de choisir une fonction qui n'est pas monotone sur $[-4 ; 2]$.



Exercice 2 : Equations et inéquations. (sur 8 points).

a) $(x^2+4)(x+1)^2 = 0$ équivaut successivement à : $x^2 + 4 = 0$ ou $(x + 1)^2 = 0$; $x^2 = -4$ ou $x + 1 = 0$; $x^2 = -4$ ou $x = -1$.

Or, l'équation $x^2 = -4$ n'a pas de solution réelle donc -1 est l'unique solution.

b) $x^2 - 25 - (x+1)(2x-10) = 0$ équivaut successivement à : $x^2 - 5^2 - (x + 1)(2)(x - 5) = 0$; $(x - 5)(x + 5) - 2(x + 1)(x - 5) = 0$;

$(x - 5)[x + 5 - 2(x + 1)] = 0$; $(x - 5)(x + 5 - 2x - 2) = 0$; $(x - 5)(-x + 3) = 0$; $x - 5 = 0$ ou $-x + 3 = 0$; $x = 5$ ou $x = 3$.

L'ensemble des solutions est $\{3 ; 5\}$.

c) Pour résoudre $\frac{2x-4}{5-x} \geq 0$, étudions le signe du quotient $\frac{2x-4}{5-x}$ à l'aide d'un tableau de signe.

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
Signe de $2x-4$		–	0	+		+	
Signe de $5-x$		+		+	0	–	
Signe de $\frac{2x-4}{5-x}$		–	0	+	‖	–	

L'ensemble des solutions est $[2 ; 5[$.

Exercice 3 : Statistiques (sur 10 points)

1)

saut :	4,10	4,55	4,60	4,65	4,70	4,80	4,85
effectif :	1	1	3	2	1	3	1
fréquence :	0,08	0,08	0,25	0,18	0,08	0,25	0,08

2) Les 2 modes de cette série sont 4,6 et 4,8.

Moyenne : $\frac{4{,}1+4{,}55+3.4{,}6+2.4{,}65+4{,}7+3.4{,}8+4{,}85}{12}$ = 4,64m (au cm près).

Etendue : 4,85 – 4,1= 0,75m .

La médiane est la moyenne entre la 6ième et la 7ième valeur, soit : $\frac{4{,}65+4{,}65}{2}$ = 4,65m.

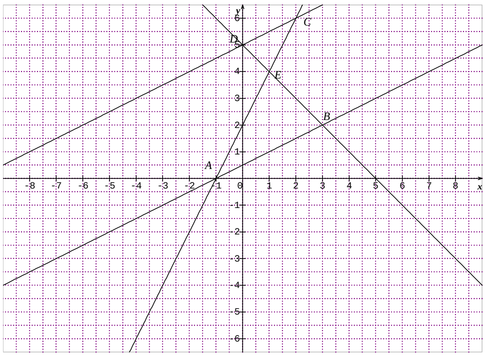
3) Il y a 1+3+1=5 performances supérieures ou égales à 4,7m. Leur fréquence est donc : $\frac{5}{12}$ = 0,42.

4) La moyenne est aussi augmentée de 3 cm, soit : 4,64 + 0,03 = 4, 67m.
L'étendue reste échangée.

5) Si h est la hauteur de son 10ième saut, on a : $\frac{9.4{,}62+h}{10}$ = 4,65, soit : 41,58+ h = 46,5⇔ h = 4,92m.

Exercice 4 : Vecteurs (sur 9 points)

1)



2) $\overrightarrow{AB}$ (4 ; 2) et $\overrightarrow{DC}$ (2 ; 1). xy' − x'y = 4.1−2.2 = 0.

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires et les droites (*AB*) et (*DC*) parallèles.

3) *AB* = $\sqrt{4^2+2^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

4) Si *E* (x ; y) alors $\overrightarrow{AE}$ (x+1 ; y) ; $\overrightarrow{AC}$ (3 ; 6) et $\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ (2 ; 4).

$\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$. Donc *E* (1 ; 4).

5) $\overrightarrow{DE}$(1 ; −1) et $\overrightarrow{DB}$(3 ; −3). xy' – x'y = 1.(−3) – (−1).3 = 0. Donc $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DB}$ sont colinéaires et les points *D, E* et *B* alignés, c'est-à dire : *E*∈(*DB*).

Exercice 5 : Fonctions (sur 8 points)

1) a) P_4 b) P_1 c) P_6 d) P_2.
2) Si 0≤ a ≤ b alors f(a) ≤ f(b). La fonction f est donc croissante sur l'intervalle [0 ; +∞ [.
3)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f		↘	$-\frac{3}{4}$	↗	

4) f < 0 sur IR car −3< 0 et x²+4 >0. On peut éliminer C_1 et C_4.

f(0) = $-\frac{3}{4}$. On peut alors éliminer C_3 pour laquelle f n'est pas définie en 0.

Donc c'est la courbe C_2 qui représente la fonction f.