

NOM : .....

Classe : 2nde.....

### DEVOIR COMMUN DE MATHÉMATIQUES du 22 janvier 2010

*La calculatrice est autorisée*

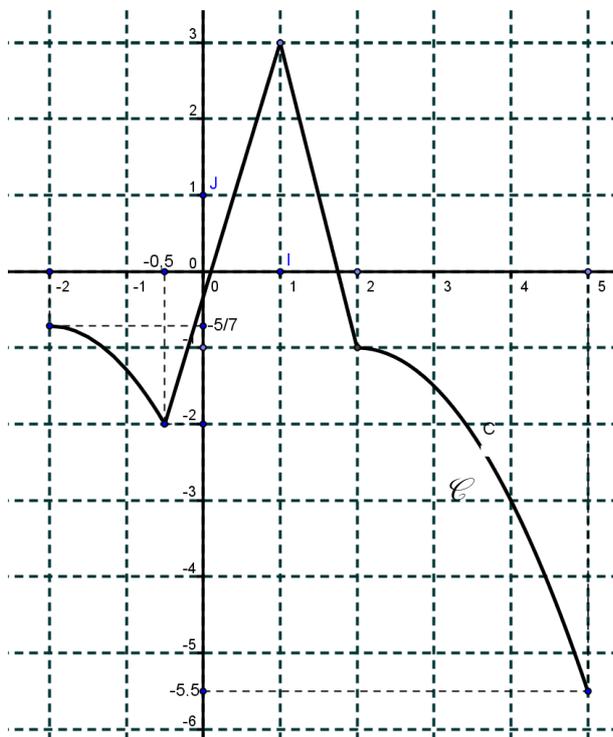
Les deux pages du sujet sont à rendre avec la copie.

#### Exercice 1 ( points)

La courbe  $\mathcal{C}$  tracée ci-contre est la représentation graphique d'une fonction  $f$  dans le repère orthonormé  $(O ; I, J)$ .

De plus, on admettra que la courbe  $\mathcal{C}$  passe par les points de coordonnées  $\left(-2; -\frac{5}{7}\right)$ ,  $(-0,5 ; -2)$  et  $(5 ; -5,5)$ .

*Pour toutes les questions suivantes, aucune justification n'est demandée.*



- 1) Préciser sur quel intervalle est définie la fonction  $f$ .
- 2) Donner les images par la fonction  $f$  des nombres 1 et 5.
- 3) Quel est le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = -1$  ?
- 4) Donner la valeur exacte d'un antécédent de  $-1$  par la fonction  $f$ .
- 5) Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) > -3$ .
- 6) Établir le tableau de variations de la fonction  $f$ .
- 7) Citer une valeur du réel  $m$  pour laquelle l'équation  $f(x) = m$  n'admet pas de solution.
- 8) On admettra que sur l'intervalle  $[2 ; 5]$ ,  $f(x) = -0,5x^2 + 2x - 3$ . En utilisant la calculatrice :
  - a) Donner un tableau des valeurs de  $f(x)$  pour  $x$  compris entre 2 et 5 avec un pas de 0,5.
  - b) Donner une valeur approchée au centième près de l'antécédent de  $-2$  qui appartient à l'intervalle  $[2 ; 5]$ .

#### Exercice 2 ( points)

Soit  $f$  une fonction définie sur l'intervalle  $[-5 ; 2]$  dont le tableau de variations est ci-dessous :

$x$	-5	-3	0,5	1	2
variations de $f$	-2	↗ 0	↘ -1	↗ 0	↗ 3

- 1) Comparer, si possible, les nombres suivants en justifiant (si ce n'est pas possible, inutile de justifier).
  - a)  $f\left(\frac{1}{4}\right)$  et  $f\left(\frac{1}{3}\right)$
  - b)  $f(-4)$  et  $f(0,8)$
  - c)  $f(-4)$  et  $f(1,5)$
- 2) a) Quel est le minimum de  $f$  sur  $[-5 ; 2]$  ? En quelle(s) valeur(s) est-il atteint ?
- b) Quelle est le maximum de  $f$  sur  $[-5 ; 1]$  ? En quelle(s) valeur(s) est-il atteint ?
- 3) Compléter le tableau de signes suivant.

$x$	-5	2
signe de $f(x)$		

NOM : .....

Classe : 2nde.....

### Exercice 3 ( points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = (3x + 2)^2 - 9 \quad (\text{expression 1})$$

- 1) Développer  $f(x)$ . (expression 2)
- 2) Montrer que  $f(x) = (3x - 1)(3x + 5)$ . (expression 3)
- 3) En utilisant à chaque fois l'expression de  $f$  qui vous semble la plus adaptée, répondre aux questions suivantes :
  - a) Calculer la valeur exacte de  $f(\sqrt{3})$ .
  - b) Résoudre l'équation  $f(x) = 0$ .
  - c) Résoudre l'équation  $f(x) = -9$ .

### Exercice 4 ( points)

Dans un repère orthonormé  $(O ; I, J)$ , on considère les points  $A(-2 ; 5)$ ,  $B(2 ; -1)$  et  $C(5 ; 1)$ .

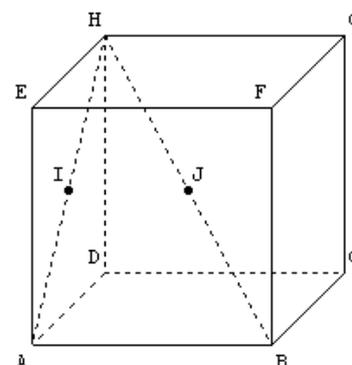
La figure sera complétée au fur et à mesure.

- 1) Placer ces points.
- 2) Démontrer que le triangle  $ABC$  est rectangle.
- 3) Déterminer les coordonnées du point  $D$  tel que  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ . Quelle est la nature du quadrilatère  $ABCD$ ? Justifier.
- 4) Calculer les coordonnées du milieu  $K$  de  $[AC]$ .
- 5) Placer le point  $M$  tel que  $CBMK$  soit un parallélogramme. Calculer les coordonnées de  $M$ .
- 6) Conjecturer la nature du quadrilatère  $AKBM$ . Justifier la conjecture (*toute prise d'initiative même infructueuse sera prise en compte dans la notation*).

### Exercice 5 ( points)

Dans le cube  $ABCDEFGH$  représenté ci-contre, on appelle  $I$  et  $J$  les milieux respectifs des segments  $[HA]$  et  $[HB]$ .

- 1) Sans justifier, dire si le point  $D$  appartient au plan  $(HIJ)$ .
- 2) En justifiant, donner les positions relatives des droites et plans suivants :
  - a) les droites  $(IJ)$  et  $(AB)$
  - b) les droites  $(IJ)$  et  $(DC)$
  - c) la droite  $(IJ)$  et le plan  $(DHG)$ .
- 3) a) Citer un point d'intersection des plans  $(HAC)$  et  $(HBD)$ .  
b) Construire sur la figure un deuxième point d'intersection des plans  $(HAC)$  et  $(HBD)$ , que l'on nommera  $P$ .  
c) En déduire l'intersection des plans  $(HAC)$  et  $(HBD)$ .



### Bonus (extraits du Kangourou 2009)

#### Question 1

2009 personnes ont participé à une course. Le nombre de personnes moins bien classées que Jeanne est le triple du nombre de personnes mieux classées qu'elle. A quelle place Jeanne a-t-elle fini ?

- A) 503    B) 501    C) 500    D) 1503    E) 1507

#### Question 2

Si  $a \Delta b = ab + a + b$  et que  $3 \Delta 5 = 2 \Delta x$ , combien vaut  $x$  ?

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 7