

Exercice 1 – Nombres et calculs

(14 points / 80)

NB : Dans cet exercice, pour éviter les réponses au hasard, les réponses fausses enlèvent des points. Toutefois, un score négatif à une question ne se reporte pas sur les autres questions.

1. Compléter par le symbole  $\in$  ou  $\notin$  :  
(0,5 si juste, -0,25 si faux, 0 sinon)

$\sqrt{2}$	$\mathbb{Q}$	$\frac{10}{7}$	$\mathbb{D}$	$(-5)^{10}$	$\mathbb{N}$	-7	$\mathbb{R}$
$-\frac{48}{8}$	$\mathbb{Z}$	$(2\sqrt{3})^2$	$\mathbb{Z}$	$2^{-1}$	$\mathbb{D}$	$-\frac{7}{8}$	$\mathbb{Q}$

2. Dans la liste d'entiers ci-dessous, entourer les nombres premiers :  
(1 pour chaque nombre premier entouré, -0,5 pour chaque nombre non premier entouré)

93	21	29	$17 \times 19$	0	73	$5^{11}$	2006
----	----	----	----------------	---	----	----------	------

3. Entourer l'**unique** bonne réponse :  
(1 point par bonne réponse, -0,5 point par réponse fausse, 0 si pas de réponse)

① Augmenter un nombre de 5% revient à le multiplier par :				
a) 1,05	b) $\frac{5}{100}$	c) 0,5	d) 5	e) 1,5

② $ 2 - \sqrt{3}  = \dots$				
a) $-2 - \sqrt{3}$	b) 0,267 949 192 4	c) $-2 + \sqrt{3}$	d) $2 + \sqrt{3}$	e) $2 - \sqrt{3}$

③ L'intersection des intervalles $]5 ; 9]$ et $[1 ; 6]$ est :				
a) $[5 ; 6]$	b) $[6 ; 9]$	c) $]5 ; 6]$	d) $[1 ; 9]$	e) $[1 ; 5]$

④ La réunion des intervalles $[3 ; +\infty[$ et $] -5 ; 4]$ est :				
a) $] -5 ; 3]$	b) $] -5 ; +\infty[$	c) $]3 ; 4[$	d) $[ -5 ; +\infty[$	e) $[3 ; 4]$

4. En utilisant la calculatrice et peut-être aussi en simplifiant, donner, sans justifier, les résultats :

① La valeur décimale approchée, arrondie au millième de $\frac{\pi-1}{3+\sqrt{2}}$ est $\Rightarrow$	
③ La valeur exacte de $\frac{4 \times 5^{2005}}{(-5)^{2004}}$ est $\Rightarrow$	

② La valeur décimale approchée arrondie au centième $1 - \frac{(-1)^{15}}{7 + \frac{2}{7}}$ est $\Rightarrow$	
④ L'écriture scientifique de $\frac{3 \times 10^{-8}}{(2 \times 10^2)^{-3}}$ est $\Rightarrow$	

Exercice 2 – Équations

(8 points / 80)

Donner, sans justifier, l'ensemble S des solutions des équations suivantes :

①	②	③	④
$(2x - 3)(-x + 1)^2 = 0$	$\frac{x^2 - 7}{x + 2} = 0$	$x^2 = 4x$	$ x - 6  = 2$
$S_1 =$	$S_2 =$	$S_3 =$	$S_4 =$

Exercice 3 – Interprétation graphique d'une inéquation

(10 points / 80)

À traiter sur la copie

Soit  $f$  et  $g$  les fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2$  et  $g(x) = \frac{4}{3}x$  et  $C_f$  et  $C_g$  leurs courbes représentatives dans le plan rapporté à un repère orthonormal. On se propose de résoudre l'inéquation (I) :  $f(x) \leq g(x)$ .

- Quelle est la nature de chacune de ces courbes ? Les tracer.  
Par lecture graphique, indiquer le nombre vraisemblable de points d'intersection des deux courbes et donner avec la précision permise par le graphique, des valeurs décimales approchées des coordonnées de ces points.  
Par lecture graphique, et en expliquant la méthode, donner les solutions de (I).
- Résoudre par le calcul, sur  $\mathbb{R}$ , en utilisant un tableau d'étude de signe, l'inéquation (I).

Exercice 4 – Calculs autour d'une fonction

(18 points / 80)

À traiter sur la copie, sauf la représentation de l'écran de la calculatrice

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = 4(-2x + 1)^2 - 1$  (écriture n°1).

- Montrer, en détaillant le calcul, que l'expression développée de  $f(x)$  est  $16x^2 - 16x + 3$  (écriture n°2).
- En détaillant le calcul, factoriser  $f(x)$ .  
Dans la suite on prendra  $f(x) = (-4x + 3)(-4x + 1)$  comme forme factorisée (écriture n°3)
- En choisissant l'écriture de  $f(x)$  la plus adaptée (la préciser) :
  - Calculer l'image de 0 par  $f$  ; calculer l'image de  $\frac{3}{4}$
  - Calculer le ou les antécédents de 3 par  $f$ .
  - Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $f(x) > 0$ .
  - Justifier le fait que  $f(x)$  admet un minimum, préciser ce minimum et indiquer pour quelle valeur de la variable il est atteint.

- En utilisant la calculatrice, dresser sur la copie le tableau des valeurs de  $f(x)$  pour  $x$  variant de  $-1$  à  $1,5$  par pas de  $0,25$ .

Paramétrer la fenêtre de la calculatrice de telle sorte que l'on voie tous les points M du plan dont l'abscisse est comprise entre  $-1$  et  $1,5$  et l'ordonnée entre  $-5$  et  $40$ , puis tracer sur la calculatrice la courbe représentative de  $f$ .

Dans le rectangle ci-joint censé représenter l'écran de la calculatrice, dessiner ce que l'on voit (avec les axes).



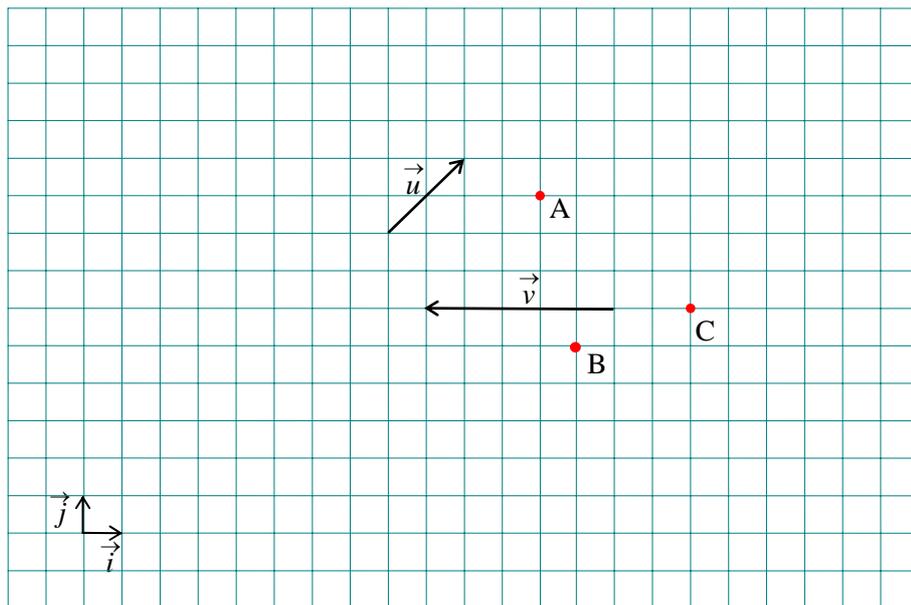
Dresser alors sur la copie le tableau de variation probable de  $f$  sur  $[-1 ; 1,5]$ .

Exercice 5 - Vecteurs

(12 points / 80)

1. Placer sur la figure ci-contre les points M, N et D tels que :

$$\begin{aligned} \vec{AM} &= \vec{u} + \vec{v} \\ \vec{AN} &= -\vec{u} + \frac{3}{5}\vec{v} \\ \vec{CD} &= -\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{BC} \end{aligned}$$

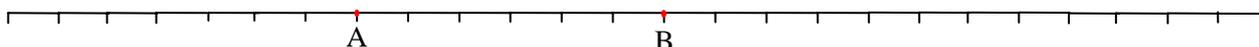


2. Exprimer  $\vec{BA}$  en fonction de  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$ , puis en fonction de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$

$\vec{BA} =$	$\vec{BA} =$
--------------	--------------

3. Sur la droite graduée ci-dessous, placer les points C, D, E et F tels que :

$$\vec{AC} = -\frac{2}{3}\vec{AB} \quad \vec{DB} = \frac{1}{2}\vec{BA} \quad \vec{EA} = -\frac{11}{6}\vec{AB} \quad \vec{FA} = -\vec{FB}$$



Exercice 6 - Calculs dans un repère

(18 points / 80)

À traiter sur la copie

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  (unité 1 cm), on donne les points A (4 ; 1), B (3 ; -2) et C (-2 ; 3).

1. Faire une figure que l'on complètera au fil des questions.
2. Déterminer par le calcul de quelle fonction affine la droite (AC) est la courbe représentative.
3. Démontrer que le triangle ABC est rectangle, puis calculer son aire en  $\text{cm}^2$ .
4. Montrer que  $\sin \widehat{ABC} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .  
En déduire la valeur approchée arrondie au degré de l'angle  $\widehat{ABC}$ .
5. Déterminer par le calcul les coordonnées du points D tel que ABCD soit un parallélogramme.
6. Soit E un point ayant la même abscisse que C, distinct de C.  
Les droites (EC) et (AB) peuvent-elles être parallèles ?  
Déterminer par le calcul quelle doit être l'ordonnée de E pour que ABEC soit un trapèze.