

Le devoir est noté sur 40 points. Il sera tenu compte dans le barème, de la clarté et de la précision apportées à la rédaction de ce devoir. Les étapes de calcul doivent être détaillées et les affirmations justifiées. Il est nécessaire d'avoir une calculatrice graphique pour faire la fin de l'exercice 4.

Le sujet comporte deux pages pour les énoncés et une page, en annexe, qui sera rendue avec la copie.

Exercice 1 : (8 points) *Statistiques*

Lors d'un entraînement, un sauteur à la perche a noté (en mètres) chacune de ses 12 performances :
 4,60 - 4,65 - 4,10 - 4,60 - 4,80 - 4,70 - 4,55 - 4,80 - 4,80 - 4,60 - 4,85 - 4,65 .

1) Recopier et compléter le tableau :

Saut	4,10	4,55					
Effectif							

- 2) Calculer (au cm près) la moyenne et l'étendue de cette série. Déterminer la médiane de cette série.
- 3) Quelle est la fréquence des performances au moins égales à 4,70 m ? On donnera la réponse à un centième près, sous la forme d'un nombre réel compris entre 0 et 1.
- 4) Suite à une erreur d'étalonnage, les 12 performances doivent être augmentées de 3 cm . Déduire des résultats de la question 2) la moyenne et l'étendue de cette nouvelle série.
- 5) Lors de l'entraînement précédent, le sauteur à la perche avait fait 10 sauts pour obtenir une moyenne de 4,65 m. Sachant que le moyenne des 9 premiers sauts était de 4,62 m, quelle a été la hauteur de son dixième saut ?

Exercice 2 : (8 points) *Vecteurs*

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormal du plan d'unité 1 cm. On considère les points $A(-1;5)$, $B(3;7)$, $C(7;5)$, et $D(-3;0)$.

- 1) Justifier que les vecteurs \overline{AB} et \overline{DC} sont colinéaires. On déterminera le réel k tel que : $\overline{DC} = k\overline{AB}$. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.
- 2) On considère le point $M(1;a)$ où a est un nombre réel. Déterminer a tel que les points C , D et M soient alignés. Quelle est alors la nature du quadrilatère $ABMD$? (Justifier)
- 3) On considère le point F défini par l'égalité (1) $3\overline{FA} - 5\overline{FB} = \vec{0}$.

L'objectif est de construire le point F par deux méthodes différentes.

a) Première méthode: à l'aide du calcul vectoriel.

En utilisant la relation de Chasles, exprimer le vecteur \overline{AF} en fonction du vecteur \overline{AB} et placer le point F

b) Deuxième méthode: à l'aide des coordonnées.

A partir de l'égalité vectorielle (1), déterminer les coordonnées $(x_F; y_F)$ du point F .

Exercice 3 : (8 points) *Arithmétique* . Les quatre questions sont indépendantes.

On considère les entiers naturels $A = 2 \times 3^5 \times 13^2$, $B = 3312$.

- 1)a) Déterminer la décomposition en facteurs premiers de B .

b) En déduire le PGCD de A et de B .

2) Ecrire le réel \sqrt{A} sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers naturels, a étant le plus grand possible.

3) $C = 3481$ est-il un nombre premier ? (Justifier la réponse).

4) On considère deux entiers naturels non nuls x et y tels que $x > y + 1$, et on note $X = x^2 - y^2$.

a) Déterminer deux diviseurs de X qui soient différents de 1.

b) Donner un exemple de nombre X strictement supérieur à 10^6 , et en déduire deux de ses diviseurs différents de 1.

Exercice 4 : (16 points) *Fonctions. Les lectures graphiques et les constructions seront faites dans le repère dessiné sur la feuille annexe qui doit être rendue avec la copie*

Une entreprise fabrique des médicaments. Elle limite sa production à 5 tonnes par semaine.

Partie 1 : étude du coût de production et de la recette :

Le coût total de fabrication pour x tonnes est donné par $C(x) = x^3 - 5x^2 + 9x$ où $C(x)$ est exprimé en milliers d'euros, x appartenant à l'intervalle $[0 ; 5]$.

1) Déterminer, en euros, la valeur exacte du coût de production pour 1,5 tonnes de médicaments produits.

2) On a dessiné, sur la feuille annexe, la courbe (Γ) qui représente graphiquement la fonction C .

a) Expliquer comment on peut retrouver graphiquement le résultat de la question précédente.

b) Résoudre graphiquement $C(x) = 9$. Laisser apparaître les traits de construction.

3) Chaque tonne produite est vendue 5 milliers d'euros. On note $R(x)$ la recette totale pour x tonnes vendues, x appartenant à l'intervalle $[0 ; 5]$. Cette recette est exprimée en milliers d'euros.

a) Exprimer $R(x)$ en fonction de x .

b) Construire, dans le repère situé sur la feuille annexe, la représentation graphique C_R de la fonction R

4) Déterminer graphiquement les quantités x pour lesquelles la recette est strictement supérieure au coût de fabrication. Expliquer la démarche. Qu'est ce que cela signifie pour l'entreprise ?

5) a) Montrer que $R(x) - C(x) = -x(x-1)(x-4)$ pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0 ; 5]$.

b) Résoudre par le calcul l'inéquation $R(x) > C(x)$

Partie 2 : Etude du bénéfice :

1) On désigne par $B(x)$ le bénéfice réalisé par l'entreprise pour x tonnes de médicaments produites et vendues. On rappelle que le bénéfice est la différence entre la recette et le coût : $B(x) = R(x) - C(x)$.

Montrer que $B(x) = -x^3 + 5x^2 - 4x$

2) Faire apparaître sur l'écran de la calculatrice la courbe représentative de la fonction B et déterminer, à l'aide de la calculatrice, la quantité de produit pour laquelle le bénéfice est maximum. (On donnera une valeur approchée à 0,01 tonnes près). Que vaut alors le bénéfice ? (On donnera une valeur approchée à 0,01 milliers d'euros près).

Vous rendrez cette feuille avec votre copie après avoir inscrit votre nom et votre classe.

Nom :

Classe:

