

Quelques algorithmes en arithmétique

Division euclidienne

➤ **Définition**

Effectuer la division euclidienne de a par b (où a et b sont des entiers naturels, $b > 0$) signifie écrire $a = bq + r$, avec $q = E\left(\frac{a}{b}\right)$ et $r = a - bq$.

	A	B	C	D
1	A	B	Q	R
2	347	18	19	5

Calculatrice : programme DIV		
Entrée	Entrer a et b	Prompt A, B
Traitement	Calculer et stocker q Calculer et stocker r	$\text{Int}(A/B) \rightarrow Q$ $A - BQ \rightarrow R$
Sortie	Afficher le quotient q et le reste r	Disp Q, R

➤ **Tableur**

Construire une feuille de calcul permettant d'effectuer une division euclidienne, selon le schéma suivant

	A	B	C	D
1	A	B	Q	R
2	347	18	19	5

Changement de base

➤ Passage de la base 10 à la base b ($1 < b < 10$)

Il s'agit d'écrire un nombre entier naturel N sous la forme : $N = a_n \times b^n + \dots + a_1 \times b + a_0$.

➤ Calculatrice : programme BASE

Ce programme affiche successivement les chiffres de l'écriture du nombre N dans la base b .

Entrée	Entrer b et N Stocker N dans a	Input «BASE», B Input «NOMBRE», N $N \rightarrow A$
Traitement	Tant que $a > 0$ Effectuer la division euclidienne de a par b : $a = bq + r$ Remplacer a par q Afficher r	While $A > 0$ $\text{Int}(A/B) \rightarrow Q$ $A - BQ \rightarrow R$ $Q \rightarrow A$ Pause R End
Sortie	Effectuée au fur et à mesure	

➤ **Tableur**

Construire une feuille de calcul permettant d'effectuer un changement de base, selon le schéma suivant :

	A	B	C	D
1	Nombre N en base DIX =	765	Base b =	6
2	A	Q	R	
3	765	127	3	
4	127	21	1	
5	21	3	3	
6	3	0	3	

Multiplication russe

➤ Calculatrice : programme RUSSE

Entrée	Stocker x dans a et y dans b Stocker 0 dans m (*)	Prompt A, B $0 \rightarrow M$
Traitement	Tant que $a > 0$ faire (*) Si a est impair, remplacer m par $m + b$ Remplacer b par $2b$ Remplacer a par $E\left(\frac{a}{2}\right)$	While $A > 0$ If fPart(A/2) > 0 $M+B \rightarrow B$ $2B \rightarrow B$ $\text{Int}(A/2) \rightarrow A$ End
Sortie	Afficher le produit m de x et y (*)	Disp M

➤ Tableur

Construire une feuille de calcul permettant d'effectuer une multiplication russe, selon le schéma suivant :

	A	B	C
1	A	B	M
2	5	2	0
3	2	4	2
4	1	8	2
5	0	16	10

Liste des diviseurs

Calculatrice : programme DIVISEURS

Ce programme affiche successivement tous les diviseurs du nombre n .

Entrée	Entrer n Stocker 1 dans d	Prompt N $1 \rightarrow D$
Traitement	Tant que $d \leq \sqrt{n}$ Si d divise n , afficher d et $\frac{n}{d}$ Augmenter d de 1	While $D \leq \sqrt{N}$ If fPart(N/D) = 0 Disp D, N/D Pause $D + 1 \rightarrow D$ End
Sortie	Effectuée au fur et à mesure	

Algorithme d'Euclide

➤ Calculatrice : programme PGCD

Entrée	Entrer a et b ($a > b$) Calculer et stocker le reste de la division euclidienne de a par b	Prompt A, B $A - \text{Int}(A/B) \times B \rightarrow R$
Traitement ?Tant	que $r > 0$ Calculer et stocker le reste de la division euclidienne de a par b Remplacer a par b et b par r	While $R > 0$ $A - \text{Int}(A/B) \times B \rightarrow R$ $B \rightarrow A; R \rightarrow B$ End
Sortie	Afficher b , le PGCD	Disp B

➤ Tableur

Construire une feuille de calcul permettant de calculer le PGCD de deux entiers, selon le schéma suivant :

	A	B	C
1	A	B	R
2	627	18	15
3	18	15	3
4	15	3	0