

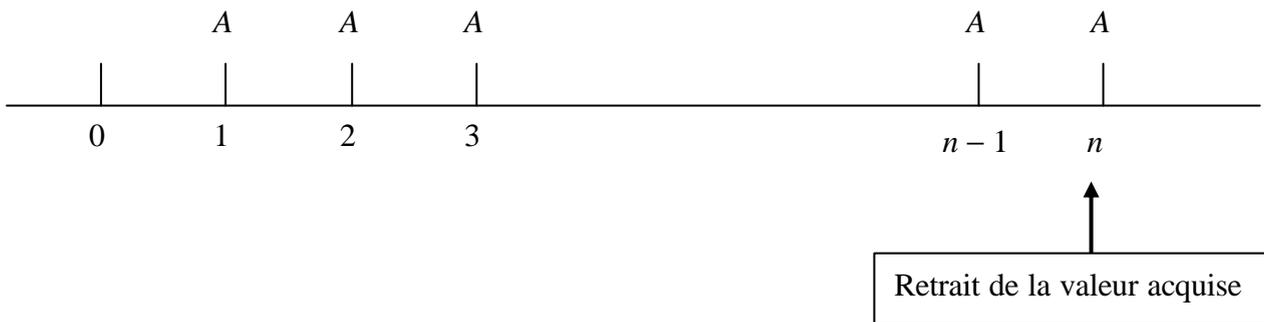
Suites d'annuités constantes

Programmes de terminale sauf communication et gestion des ressources humaines : information chiffrée et suites numériques/suites numériques/somme de termes consécutifs – page 3

- En vue de la constitution d'un capital, n annuités constantes A sont placées de la date 1 à la date n au taux t , taux de capitalisation

La valeur acquise V_n évaluée immédiatement après le versement de la dernière annuité est :

$$V_n = A + A(1+t) + A(1+t)^2 + \dots + A(1+t)^{n-1} \quad \text{donc} \quad V_n = A \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$



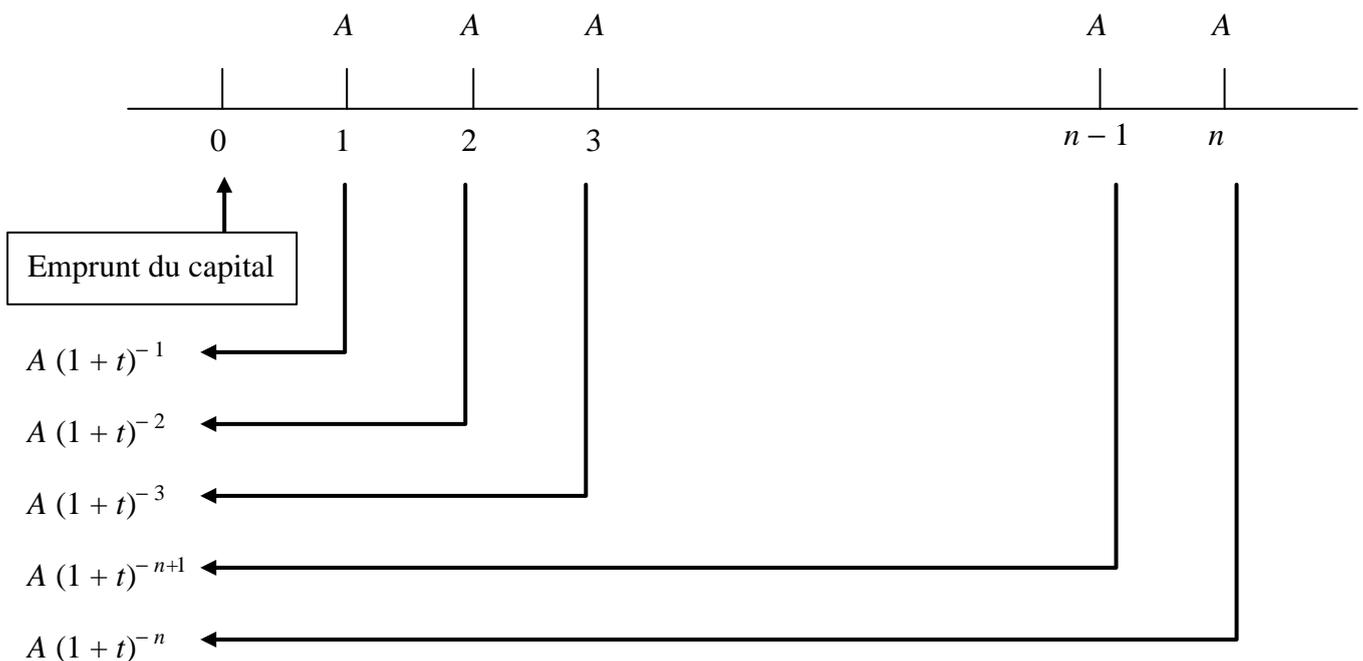
- Pour rembourser un emprunt, ou verser une rente, n annuités constantes A sont versées de la date 1 à la date n .

Chaque annuité est actualisée en fonction du nombre d'années d'actualisation.

Le taux d'intérêt est appelé taux d'actualisation.

La valeur actuelle V_0 évaluée une période avant le versement de la première annuité est :

$$V_0 = A(1+t)^{-1} + A(1+t)^{-2} + \dots + A(1+t)^{-n+1} + A(1+t)^{-n} \quad \text{donc} \quad V_0 = A \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$$



Ce chapitre se prête particulièrement à un travail articulé entre le cours de mathématiques et celui de gestion :

Le rôle du professeur de mathématiques est d'établir et de faciliter la compréhension des formules qui seront ensuite utilisées et exploitées dans le cours de gestion. Les exercices qui suivent sont des applications directes des formules, à faire une fois avec les élèves, mais relèvent plutôt du cours de gestion.

Le vocabulaire et les formules ne sont pas exigibles en mathématiques et doivent être donnés dans un énoncé. En revanche, les élèves doivent savoir calculer la somme de termes consécutifs d'une suite géométrique. (À noter que la somme $1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^n$ peut être rappelée dans un sujet d'examen).

Exemple 1 :

Une société effectue un emprunt au taux de 12 % qu'elle rembourse en 7 annuités de 50 397,08 €
Quel est le montant de l'emprunt ?

$$V_0 = A \frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \quad V_0 = 50\,397,08 \times \frac{1-1,12^{-7}}{0,12} \quad V_0 = 23\,000 \text{ €}$$

Exemple 2 :

Une société de crédit-bail met immédiatement à la disposition d'un industriel un équipement d'un coût de 300 000 € contre paiement de 5 annuités de 80 000 € payables en fin d'année, la première venant à échéance dans un an. Quelle est la valeur actuelle des annuités au taux de 10 % au moment où l'industriel reçoit la jouissance du matériel ?

$$V_0 = A \frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \quad V_0 = 80\,000 \frac{1-1,10^{-5}}{0,10} \quad V_0 \approx 303\,262,96 \text{ €}$$

Exemple 3 :

Une société de crédit-bail a acquis pour 450 000 € un matériel destiné à être loué immédiatement à une société industrielle pour 5 ans. Le loyer est payable en 10 mensualités constantes, la première étant exigible 6 mois après la mise en service du matériel. Quel doit être le montant des semestrialités pour que la société de crédit-bail puisse s'assurer un taux de 4 % par semestre ?

$$V_0 = A \frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \quad 450\,000 = A \times \frac{1-1,04^{-10}}{0,04} \quad A \approx 55\,480,90 \text{ €}$$