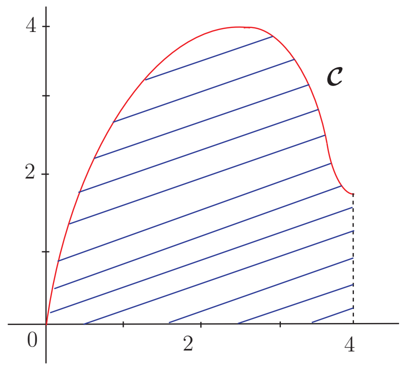
Exercice n° 5 (enseignement obligatoire)

La courbe $\mathcal{C}$ ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f, définie dans l'intervalle $[0, 4]$, dans le plan muni d'un repère orthonormal.

La mesure, exprimée en unités d'aire, de l'aire de la partie du plan hachurée sous cette courbe est égale à $\dfrac{34}{3}$.



1- Exprimer cette mesure à l'aide d'une intégrale.

2- Déterminer, après avoir rappelé la formule utilisée, la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0, 4]$.

Exercice n° 6 (enseignement obligatoire)

Soit A et B deux événements liés à une expérience aléatoire.
Les probabilités des événements A, B et $A \cap B$ sont données par les égalités :

$$P(A) = \frac{5}{3} \qquad P(B) = \frac{3}{4} \qquad P(A \cap B) = \frac{2}{5}.$$

1- L'une des données ci-dessus est aberrante, laquelle ? pourquoi ?

2- Modifier cette donnée de façon que les événements A et B soient indépendants.

3- En conservant cette nouvelle donnée, déterminer la valeur de $P_A(B)$.

Exercice n° 7 (enseignement obligatoire)

On donne ci-dessous les variations d'une fonction f, définie et dérivable sur $\mathbf{R}$, et on nomme $\mathcal{C}$ sa représentation graphique dans un repère orthonormal $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$:

x	$-\infty$	0	4	9	$+\infty$
f	$+\infty$ ↘	-2 ↗	3 ↘	-1 ↗	0

Répondre, par VRAI ou FAUX, aux questions suivantes (une justification est demandée lorsque la réponse est FAUX, aucune justification n'est demandée lorsque la réponse est VRAI) :

1- Pour tout réel x, $f(x) \geqslant -2$.

2- L'équation $f(x) = -3$ admet au moins une solution dans $\mathbf{R}$.

3- L'équation $f(x) = 1$ admet une solution unique dans $[4, 9]$.

4- Pour tout réel x, $f'(x) \geqslant 0$.

5- $f'(1) < 0$.

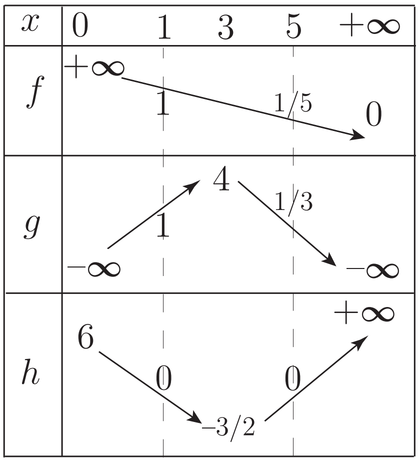
6- La droite d'équation $y = 0$ est asymptote à la courbe $\mathcal{C}$.

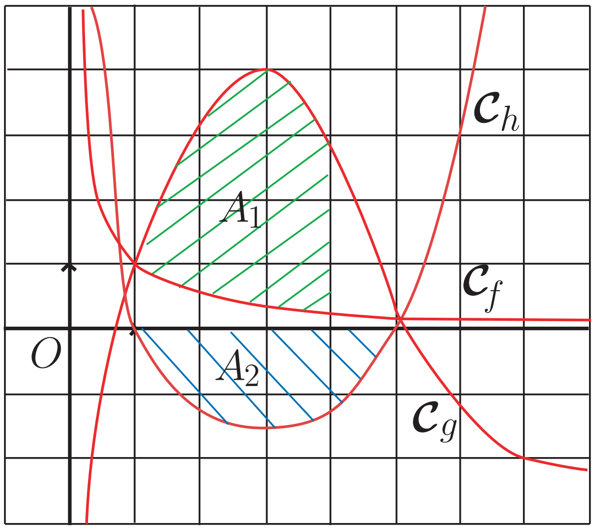
7- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{f(x)} = +\infty$.

8- $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{f(x)} = +\infty$.

Exercice n° 8 (enseignement obligatoire)

Dans un plan muni d'un repère orthonormal (unité graphique : 1 cm), on donne les tableaux de variations et les trois représentations graphiques $\mathcal{C}_f$, $\mathcal{C}_g$, $\mathcal{C}_h$ respectives des fonctions f, g, h définies sur l'intervalle $]0, +\infty[$:





1- Exprimer à l'aide d'intégrales, les mesures, exprimées en cm^2, des aires des domaines plans A_1 et A_2.

2- Sachant que $f(x) = \dfrac{1}{x}$, calculer à 0,1cm^2 près, la mesure de l'aire du domaine plan limité par la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 3$.

3- Sachant que sur l'intervalle $[1, 3]$, $1 \leqslant g(x) \leqslant 4$, en déduire un encadrement de $\displaystyle\int_1^3 g(x)\,\mathrm{d}x$.

4- Déterminer le signe des intégrales suivantes en justifiant précisément chacune des réponses :

$$\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x \qquad \int_1^3 -g(x)\,\mathrm{d}x \qquad \int_1^2 h(x)\,\mathrm{d}x.$$

5- Comparer les nombres I, J, K définis par :

$$I = \int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x \qquad J = \int_1^3 g(x)\,\mathrm{d}x \qquad K = \int_1^3 h(x)\,\mathrm{d}x.$$

6- Calculer, à 0,1 près, la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[1, 4]$.
