

Classe de seconde

Programme

En seconde le travail sera centré sur :

- la réflexion conduisant au choix de résumés numériques d'une série statistique quantitative ;
- la notion de fluctuation d'échantillonnage vue ici sous l'aspect élémentaire de la variabilité de la distribution des fréquences ;
- la simulation à l'aide du générateur aléatoire d'une calculatrice. La simulation remplaçant l'expérimentation permet, avec une grande économie de moyens, d'observer des résultats associés à la réalisation d'un très grand nombre d'expériences. On verra ici la diversité des situations simulables à partir d'une liste de chiffres.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Résumé numérique par une ou plusieurs mesures de tendance centrale (moyenne, médiane, classe modale, moyenne élaguée) et une mesure de dispersion (on se restreindra en classe de seconde à l'étendue). Définition de la distribution des fréquences d'une série prenant un petit nombre de valeurs et de la fréquence d'un événement. Simulation et fluctuation d'échantillonnage.	Utiliser les propriétés de linéarité de la moyenne d'une série statistique. Calculer la moyenne d'une série à partir des moyennes de sous-groupes. Calcul de la moyenne à partir de la distribution des fréquences. Concevoir et mettre en oeuvre des simulations simples à partir d'échantillons de chiffres au hasard.	L'objectif est de faire réfléchir les élèves sur la nature des données traitées, et de s'appuyer sur des représentations graphiques pour justifier un choix de résumé. On peut commencer à utiliser le symbole Σ . On commentera quelques cas où la médiane et la moyenne diffèrent sensiblement. On remarquera que la médiane d'une série ne peut se déduire de la médiane de sous séries. Le calcul de la médiane nécessite de trier les données, ce qui pose de problèmes de nature algorithmique. La touche "random" d'une calculatrice pourra être présentée comme une procédure qui, chaque fois qu'on l'actionne, fournit une liste de n chiffres (composant la partie décimale du nombre affiché). Si on appelle la procédure un très grand nombre de fois, la suite produite sera sans ordre ni périodicité et les fréquences des dix chiffres seront sensiblement égales. Chaque élève produira des simulations de taille n (n allant de 10 à 100 suivant les cas) à partir de sa calculatrice ; ces simulations pourront être regroupées en une simulation ou plusieurs simulations de taille N, après avoir constaté la variabilité des résultats de chacune d'elles. L'enseignant pourra alors éventuellement donner les résultats de simulation de même taille N préparées à l'avance et obtenues à partir de simulations sur ordinateurs.

L'enseignant traitera des données en nombre suffisant pour que cela justifie une étude statistique ; il proposera des sujets d'étude et des simulations en fonction de l'intérêt des élèves, de l'actualité et de ses goûts.

La notion de fluctuation d'échantillonnage et de simulation ne doit pas faire l'objet d'un cours. L'élève pourra se faire un "cahier de statistique" où il consignera une grande partie des traitements de données et des expériences de simulation qu'il fait, des raisons qui conduisent à faire des simulations ou traiter des données, l'observation et la synthèse de ses propres expériences et de celles de sa classe. Ce cahier sera complété en première et terminale et pourra faire partie des procédures d'évaluation annuelle.

En classe de première et de terminale, dans toutes les filières, on réfléchira sur la synthèse des données à l'aide du couple moyenne, écart-type qui sera vu à propos de phénomènes aléatoires gaussiens et par moyenne ou médiane et intervalle inter-quartile sinon. On

amorcera une réflexion sur le problème de recueil des données et sur la notion de preuve statistique ; on fera un lien entre statistique et probabilité.

L'enseignement de la statistique sera présent dans toutes les filières mais sous des formes diverses.

Ajout au Programme de la classe de seconde

BO HS n°6 du 12 août 1999 - Thèmes d'étude.

Pour chacun des chapitres, le professeur choisira, pour l'ensemble des élèves ou pour certains seulement en fonction de leurs centres d'intérêt, un ou plusieurs thèmes d'étude dans la liste ci-dessous.

Statistique

- Simulations d'un sondage ; à l'issue de nombreuses simulations, pour des échantillons de taille variable, on pourra introduire la notion de fourchette de sondage, sans justification théorique. La notion de niveau de confiance 0,95 de la fourchette peut être introduite en terme de "chances" (il y a 95 chances sur 100 pour que la fourchette contienne la proportion que l'on cherche à estimer); on pourra utiliser les formules des fourchettes aux niveaux 0,95, 0,90 et 0,99 pour une proportion observée voisine de 0,5 afin de voir qu'on perd en précision ce qu'on gagne en niveau de confiance. On incitera les élèves à connaître l'approximation usuelle de la fourchette au niveau de confiance 0,95, issue d'un sondage sur n individus ($n > 30$) dans le cas où la proportion observée p est comprise entre 0,3 et 0,7, à savoir : $[p - 1/\sqrt{n} ; p + 1/\sqrt{n}]$.
- Simulations de jeux de pile ou face : distribution de fréquences du nombre maximum de coups consécutifs égaux dans une simulation de 100 ou 200 lancers de pièce équilibrée; distribution de fréquences du gain sur un jeu d'au plus dix parties où on joue en doublant la mise (ou en la triplant) tant qu'on n'a pas gagné. On pourra aussi faire directement l'expérience avec des pièces pour bien faire sentir la notion de simulation..
- Simulations du lancer de deux dés identiques et distribution de la somme des faces. On pourra aussi faire directement l'expérience avec des dés pour bien faire sentir la notion de simulation.... - Simulations de promenades aléatoires sur des solides ou des lignes polygonales, fluctuation du temps et estimation du temps moyen mis pour traverser un cube ou pour aller d'un sommet donné à un autre sommet donné d'une ligne polygonale.
- Simulations de naissances : distribution du nombre d'enfants par famille d'au plus quatre enfants lorsqu'on s'arrête au premier garçon, en admettant que pour chaque naissance, il y a autant de chances que ce soit un garçon ou une fille.

Document d'accompagnement du programme de la classe de seconde (extrait)

On trouvera à la suite de ce document d'accompagnement des fiches sur le programme de statistique de la classe de seconde et sur les thèmes associés.

Les choix, traduits en termes de programme pour la classe de seconde, sont guidés par les perspectives suivantes pour le lycée :

- acquérir une expérience de l'aléatoire et ouvrir le champ du questionnement statistique ;
- voir dans un cas simple ce qu'est un modèle probabiliste et aborder le calcul des probabilités.

Au collège, les élèves se sont familiarisés avec les phénomènes variables et ont appris des éléments du langage graphique (représentations diverses, "camemberts", diagrammes en bâtons) qui permettent de visualiser une série de données expérimentales ; par ailleurs, ils ont travaillé sur la notion de moyenne arithmétique.

En seconde, différents éléments apparaissent au programme :

La fluctuation d'échantillonnage

Nous appellerons échantillon de taille n d'une expérience la série des résultats obtenus en réalisant n fois cette expérience ; on dira aussi qu'un échantillon est une liste de résultats de n expériences identiques et indépendantes ; on se limite en seconde aux échantillons d'expériences ayant un nombre fini d'issues possibles. La distribution des fréquences associée à un échantillon est le *vecteur* dont les composantes sont les fréquences des issues dans l'échantillon ; on ne donnera pas de définition générale de la notion de distribution des fréquences, on se contentera de la définir comme liste des fréquences dans chacune des situations que l'on traitera. Les distributions des fréquences varient d'un échantillon à l'autre d'une même expérience : c'est ce qu'on appellera en classe de seconde la fluctuation d'échantillonnage.

Aborder la notion de fluctuation d'échantillonnage se fera en premier lieu dans des cas simples (lancers de dés, de pièces), où la notion d'expériences identiques et indépendantes est intuitive et ne pose pas de problème ; l'élève reprendra ainsi contact avec des expériences aléatoires familières (lancer de dés équilibrés) et les enrichira. Historiquement, l'honnête homme du XVII^e siècle s'est familiarisé à l'aléatoire en pratiquant les jeux de hasard ; maintenant, les calculatrices et les ordinateurs permettent la production aisée de listes de chiffres au hasard ; la production de telles listes fera partie, à côté des lancers de dés ou de pièces équilibrés, à côté de tirage de boules dans des urnes, du bagage d'expériences de référence de l'élève. L'étude de ces expériences de référence sera ainsi à la base de la formation sur l'aléatoire des élèves.

L'esprit statistique naît lorsqu'on prend conscience de l'existence de fluctuation d'échantillonnage ; en seconde, l'élève constatera expérimentalement qu'entre deux échantillons, de même taille ou non, les distributions des fréquences fluctuent ; la moyenne étant la moyenne pondérée des composantes de la distribution des fréquences est, elle aussi, soumise à fluctuation d'échantillonnage ; il en est de même de la médiane. On observera aussi que l'ampleur des fluctuations des distributions de fréquences calculées sur des échantillons de taille n diminue lorsque n augmente. Par ailleurs, on n'hésitera pas à parler de la fréquence d'un événement ("le nombre observé est pair", "le nombre est un multiple de trois", etc.) sans pour autant définir formellement ce qu'est un événement, ni donner de formules permettant le calcul automatique de la fréquence de la réunion ou de l'intersection de deux événements.

Le choix pédagogique est ici d'aller de l'observation vers la conceptualisation et non d'introduire d'abord le langage probabiliste pour constater ensuite que tout se passe comme le prévoit cette théorie.

Simulation

Formellement, simuler une expérience, c'est choisir un modèle de cette expérience puis simuler ce modèle : cet aspect sera introduit ultérieurement en première. Dans le cadre du programme de seconde, simuler une expérience consistera à produire une liste de résultats que l'on pourra assimiler à un échantillon de cette expérience (voir plus loin la fiche *listes de chiffres au hasard*).

On se contentera de simuler des situations très simples, reposant le plus souvent sur la simulation d'expériences de références où toutes les issues ont des chances égales d'apparaître.

La simulation permettra de disposer d'échantillons de grande taille et d'observer des phénomènes appelant une explication dans le champ des mathématiques. Pour bien comprendre les mathématiques, il est utile d'apprendre quel type de questions sont à adresser à cette discipline et aussi d'apprendre à reformuler ces questions dans le langage propre des mathématiques ; le langage des probabilités présenté en première S, ES et en option de première L, formalisera le langage naïf des *chances* et du *hasard* employé en seconde ; le calcul des probabilités permettra ensuite d'expliquer certains phénomènes observés.

En seconde, on approche dans le cadre d'un langage simple et familier les techniques de simulation ; pour que l'élève ne soit pas écrasé par la puissance des outils modernes de simulation, il convient qu'il ait établi un lien concret entre l'expérience et sa simulation : certaines expériences simples pourront être réalisées par une partie de la classe et simulées par le reste de la classe ; il n'est pas nécessaire, dans un premier temps, de lier les premiers pas vers la simulation de l'aléatoire à l'introduction de concepts théoriques difficiles tel celui de modèle.

Statistique descriptive

Le programme comporte quelques éléments sur les résumés numériques de séries statistiques, déjà travaillés au collège ; il s'agit essentiellement d'entretenir les acquis, de les réinvestir dans certains thèmes et/ou à l'occasion de certains événements que pourrait offrir l'actualité.

La statistique donne lieu à de nombreuses activités numériques et favorise la maîtrise du calcul ; cependant, de tels calculs ne doivent être demandés que dans la mesure où ils permettent aux élèves de mieux comprendre la spécificité de la série statistique en jeu. Estimer la moyenne de séries de données quantitatives en les regroupant par classe n'est plus une pratique utile en statistique depuis que des ordinateurs calculent la moyenne de milliers de données en une fraction de seconde ; par contre savoir calculer une moyenne à partir de moyennes de sous-groupes ou comprendre la linéarité de la moyenne peut donner lieu à des exercices pertinents au regard de la pratique de la statistique. Calculer simplement, à partir de la moyenne, la moyenne élaguée d'une ou plusieurs valeurs extrêmes montre l'influence d'éventuelles valeurs aberrantes.

Cahier de statistique

Les élèves pourraient commencer en seconde un cahier de statistique rendant compte des expériences faites ou simulées, en classe ou chez eux, à la demande de l'enseignant ou de leur propre initiative. La rédaction d'un tel document individuel leur permettrait d'organiser et de planifier les expériences et les simulations, de donner forme à la conclusion qu'ils en tirent, aux questions théoriques qui se sont posées et qu'ils pourront reprendre ultérieurement. La tenue de ce cahier pourrait contribuer efficacement à structurer le travail expérimental proposé et aider ultérieurement chaque élève à mieux expliciter le lien entre l'expérience et la théorie ; cela permettrait à l'enseignant de contrôler la qualité des travaux réalisés, de vérifier que ne s'installe pas des perceptions erronées sur les phénomènes aléatoires, de faire des évaluations sur la partie statistique du programme. Ce cahier pourrait être continué en première et terminale : l'enseignant de première pourrait ainsi savoir quels thèmes ont été travaillés par ses élèves en seconde.

La production d'un texte écrit est en soi un élément formateur ; un tel cahier, où se mêlent texte écrit et représentations graphiques, présentant des éléments narratifs et des argumentations, s'inscrit de plus dans le cadre du nouveau programme de français des élèves de seconde.