Programme de mathématiques pour la classe de première S

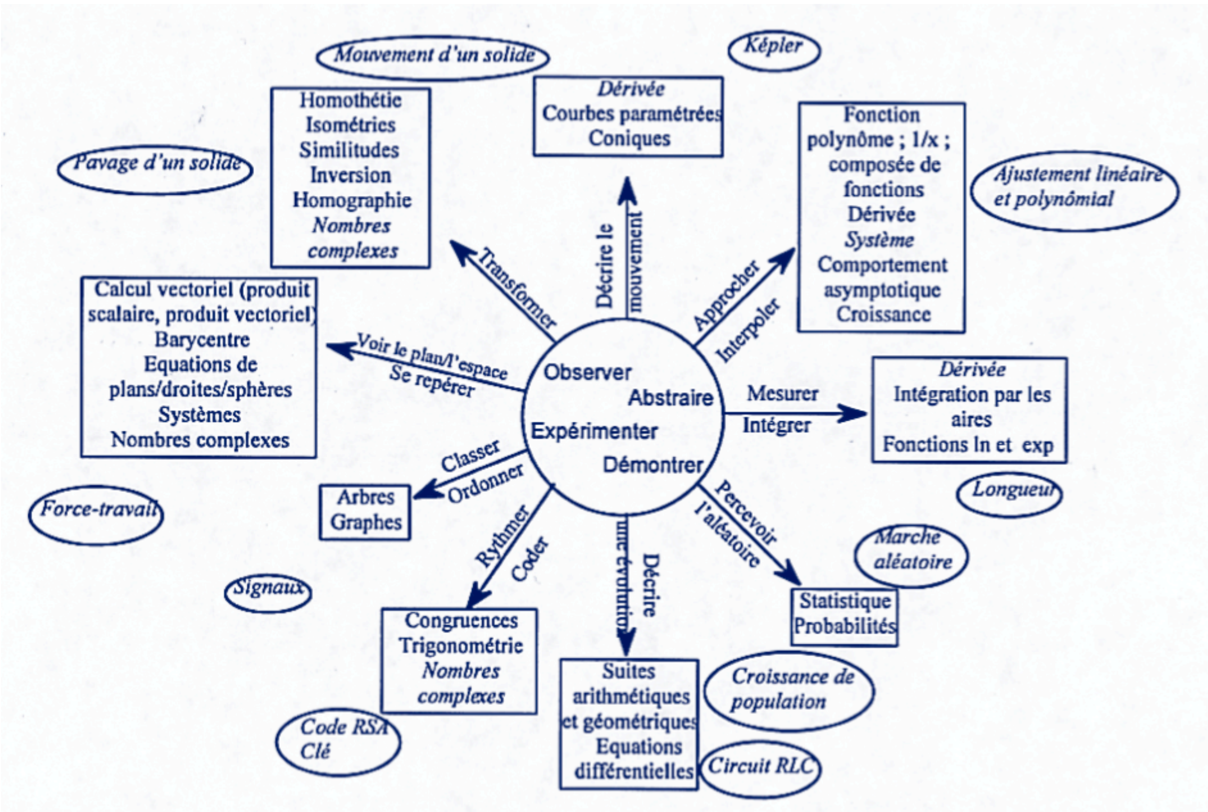
Année scolaire 2010-2011

1. Généralités à propos d'une formation scientifique en première et en terminale S

Pour concevoir un programme de mathématiques dans le cadre d'une formation scientifique pour les élèves de première et terminale S, il convient :

- de prendre en compte la diversité des mathématiques actuelles ;
- de rappeler les éléments fondamentaux propres à toute démarche mathématique et, de ce fait, incontournables dans tout projet de formation mathématique.

Le schéma suivant illustre ce propos ; il permet par ailleurs de situer les choix de contenus définis au paragraphe 5.



● Le noyau central du schéma résume, en quatre composantes essentielles, la spécificité de toute pratique mathématique : observation, abstraction, expérimentation, démonstration. Ces quatre composantes entretiennent entre elles des rapports dialectiques, l'une appelant l'autre ou s'appuyant sur elle, au gré du travail mathématique réalisé. Dans tous les domaines, l'observation est un processus dynamique suscité par une problématique propre à la discipline ; elle conduit à des questions et éclaire ainsi l'origine et le développement de certaines idées. L'observation ne peut être pratiquée sans disposer d'un bagage théorique ; elle est d'autant plus riche que les connaissances de l'observateur sont importantes et organisées en un système cohérent. L'observation active demande de l'expérience et concourt en retour à la forger.

L'abstraction est au cœur de l'activité mathématique et connaît plusieurs niveaux ; il importe que les élèves expérimentent la force et le pouvoir de chaque niveau qu'ils abordent. L'abstraction ouvre la possibilité d'évoluer dans de nouveaux mondes où des questions issues d'une réalité complexe peuvent être formulées simplement et admettent des réponses qui, en retour, rendent cette réalité plus intelligible et partiellement prévisible. Accéder à ces nouveaux mondes et y évoluer est difficile et demande du temps ; de plus, l'aisance à un certain niveau d'abstraction nécessite d'avoir entrevu et fait quelques pas à des niveaux supérieurs. Néanmoins, cela représente une aventure que l'on se doit de proposer à des adolescents et à laquelle ils peuvent trouver du plaisir. Un programme ne constitue pas en lui-même une méthode d'accès à divers niveaux d'abstraction ; c'est à l'enseignant qu'incombe la tâche de rendre possible les processus d'abstraction à partir des éléments du programme. Comme le précédent, le programme actuel repose sur une stratégie éducative où on va de la construction d'objets mentaux vers des concepts mathématiques. Pour tous les élèves, et en particulier ceux qui ne deviendront pas des professionnels des mathématiques, cette construction des objets mentaux est capitale ; mais elle l'est aussi pour les futurs scientifiques, qu'elle munit des références préalables indispensables à toute présentation des théories qui unifient et généralisent.

L'expérimentation prend place à presque tous les niveaux de l'activité mathématique. Elle englobe toutes les procédures visant à traiter des cas particuliers d'une question trop difficile pour être abordée directement ; elle permet notamment :

- de trouver d'éventuels contre-exemples ;
- de comprendre comment la question se résout dans des cas particuliers et en quoi les arguments valables se généralisent ou non ;
- de faire des conjectures sur des questions voisines.

La démonstration est constitutive de l'activité mathématique et les élèves doivent en prendre conscience. Faire en sorte que les élèves puissent concevoir des démonstrations dans leur globalité, puis en détailler les différentes étapes, a toujours été et reste un objectif essentiel de tout enseignement des mathématiques en France. Le monde mathématique de chaque élève s'élabore en grande partie à travers une pratique permanente de calculs, d'argumentations, de petits raisonnements et de démonstrations. Le niveau de rigueur exigible pour une démonstration dépend de l'expérience de l'élève dans le domaine où cette démonstration se situe : ainsi, pour la géométrie, pratiquée depuis l'école primaire, on peut prétendre exiger dès la classe de seconde un niveau de démonstration académique ; en analyse, par contre, la plupart des objets manipulés ne sont pas définis formellement à ce niveau d'études, et les élèves ne peuvent pas aboutir à des démonstrations parfaitement achevées : la nature et le niveau des rédactions exigibles ne peuvent pas être les mêmes. Il conviendra donc, à ce niveau d'étude, en particulier en analyse, d'accepter des argumentations conçues et exposées à l'aide de schémas (même si les élèves ne peuvent pas à ce stade les traduire en un texte linéaire). On gardera néanmoins l'état d'esprit déjà évoqué dans les programmes de collège et de seconde : repérer clairement le statut des divers énoncés en jeu (définition, axiome, théorème démontré, théorème admis). La déduction usuelle (par implication ou équivalence) et la manipulation du contreexemple ont été travaillées en seconde ; des problèmes bien choisis permettront d'aborder en première le raisonnement par contraposition, par l'absurde ou par disjonction des cas ; le raisonnement par récurrence relève de la classe de terminale.

La démonstration doit garder un caractère vivant et personnel et il convient d'éviter qu'elle n'apparaisse comme une activité relevant d'un protocole trop rigide. Chaque année, les assertions qui doivent être justifiées dans le cadre d'une pratique de la démonstration changent : il est difficile pour les élèves de cerner, parmi les éléments qui devaient être justifiés les années précédentes, ceux qui deviennent des évidences, pour lesquelles une justification ne ferait qu'alourdir la démonstration (ainsi, en première, on peut mettre dans le bagage des évidences que la fonction $x \mapsto x^2 + 1$ est à valeurs positives). C'est à l'enseignant de guider au coup par coup cette évolution délicate. Apprendre à rédiger une démonstration constitue un élément important d'une formation scientifique. La rédaction est l'occasion de revenir sur un raisonnement, de le remodeler, de le rendre plus rigoureux et esthétique, de chercher les meilleures notations, de dégager les idées essentielles de l'aspect technique ; c'est ainsi que pour l'élève, des connaissances éparses se fondent en un ensemble cohérent de savoirs, et que se développent des compétences mathématiques fines. Enfin, apprendre à rédiger, c'est aussi acquérir la maîtrise d'une forme particulière d'écriture, mêlant langue usuelle, signes et symboles spécifiques.

- Différentes actions sont indiquées sur des flèches ; ces actions doivent toutes s'entendre dans le champ des mathématiques (ainsi, percevoir l'aléatoire, c'est trouver les bons concepts menant aux théorèmes permettant de rendre l'aléatoire intelligible et partiellement prévisible) ; la connaissance des actions que l'on développe peut faciliter le travail interdisciplinaire ainsi que la communication, tant aux élèves qu'aux familles, de ce qu'est le travail mathématique.

- Les pavés du schéma sont des listes de contenus qui ont semblé aujourd'hui incontournables dans le cadre d'une formation scientifique au niveau du lycée. Néanmoins, quel que soit l'horaire imparti aux mathématiques, il y aura toujours plus de contenus jugés indispensables que ne peut en comporter un programme. L'élaboration d'un programme implique donc des choix : choix guidés par l'équilibre à rechercher entre poids des nouveautés, continuité à assurer avec les anciens programmes et faisabilité pour une classe d'âge donnée. D'autres choix seront faits dans le futur ; le schéma ci-dessus pourrait contribuer à les préparer et constituer de ce fait un guide possible pour la formation permanente des enseignants.

- Des thèmes et sujets d'études, inscrits dans des ellipses, gravitent dans la partie la plus extérieure du schéma ; ils sont de natures très différentes. Certains indiquent des liens avec d'autres disciplines, où des concepts de mathématiques sont, soit essentiels à l'élaboration d'une théorie, soit appliqués avec une grande efficacité. D'autres sujets renvoient à des domaines d'activité mathématique actuellement foisonnants. Ces sujets et thèmes veulent inciter à aborder les mathématiques en partant de questions et problèmes riches (qu'ils soient issus des mathématiques ou non, qu'ils puissent ou non être entièrement résolus) ; ces exemples indiquent aussi qu'une formation scientifique doit munir l'élève de connaissances suffisamment étoffées pour qu'il puisse aborder des questions d'actualité (dans le cadre des travaux personnels encadrés notamment). Le schéma ci-dessus suggère une conception de l'enseignement des mathématiques plus orientée par des problématiques et des grandes activités que par des contenus. Cependant, mettre en œuvre une telle conception nécessite aussi de décliner des contenus (un « programme » au sens usuel du terme) : c'est l'objet du tableau du paragraphe 5.

2. Mathématiques et informatique en première et terminale S

Liens entre mathématiques et informatique

On peut distinguer trois aspects du lien entre mathématiques et informatique.

- Les progrès de l'informatique sont étroitement liés à la fois à ceux de la technologie et à ceux des mathématiques. L'informatique fait ainsi largement appel à des domaines des mathématiques et, par les problématiques qu'elle suscite, elle contribue fortement à leur développement : il en est ainsi notamment des mathématiques discrètes.
- Certaines notions informatiques élémentaires (boucle, test, récursivité, tri, cheminement dans des graphes, opérations sur des types logiques) font partie du champ des mathématiques et pourraient être objets d'enseignement dans cette discipline. Dans le cadre de l'introduction de l'algorithmique au lycée, l'élève devra mettre en œuvre, notamment sur sa calculatrice, les notions de boucle et test.
- L'utilisation de logiciels requiert des connaissances et des compétences mathématiques que cette utilisation contribue en retour à développer : tant sur le calcul algébrique, sur les fonctions que sur la géométrie. Le programme insiste pour que cet aspect du lien entre mathématique et informatique soit travaillé à tous les niveaux ; il ne s'agit pas d'apprendre à devenir expert dans l'utilisation de tel ou tel logiciel, mais de connaître la nature des questions susceptibles d'être illustrées ou résolues grâce à l'ordinateur ou la calculatrice et de savoir comment analyser les réponses fournies ; ***l'élève doit apprendre à situer et intégrer l'usage des outils informatiques dans une démarche proprement mathématique.***

Apports des outils logiciels

L'évolution des outils disponibles pour faire des mathématiques s'est toujours accompagnée d'une évolution des approches et des pratiques. L'informatique change qualitativement et quantitativement les possibilités de calculs exacts (calcul formel) ou approchés, permet des approches nouvelles de problèmes classiques et ouvre le champ à de nouveaux problèmes ; il est nécessaire de revisiter l'enseignement des mathématiques à la lumière des immenses possibilités offertes (logiciels de géométrie, de calcul formel, tableur, traceur, ...) ; l'usage éclairé d'outils informatiques est donc ***recommandé dans chaque chapitre du programme.***

Il est à noter aussi que l'informatique, sanctionnant immédiatement et visiblement les fautes de syntaxe, contribue à former à l'esprit de rigueur, notamment dans la manipulation des objets traités (nombres, variables, figures géométriques).

Modalités de mise en œuvre

Le programme ne fixe pas de répartition entre différentes modalités qui doivent toutes être présentes : activités des élèves sur ordinateur ou sur calculatrices programmables graphiques, travail de la classe entière (ou d'un groupe) utilisant un ordinateur muni d'un dispositif de visualisation collective. Il convient en ce domaine que les professeurs déterminent en chaque circonstance la stratégie d'utilisation la plus adaptée.

3. Épistémologie et histoire des mathématiques

Les élèves doivent prendre conscience du fait que les mathématiques sont une discipline vivante, fruit du labeur et du génie de nombreux individus : connaître au moins le nom de quelques-uns d'entre eux et la période à laquelle ils ont vécu fait partie intégrante du bagage culturel de tout élève ayant une formation scientifique. La plupart des idées ont mis longtemps à émerger : le savoir permettra aux élèves de mieux accepter l'importance du temps qu'il devra passer pour se les approprier. En lien avec le programme, on pourra par exemple privilégier :

- le travail d'un ensemble de textes historiques liés à un même thème (par exemple la notion de fonction, ou d'équations, de dérivée, ou de loi de probabilité, etc.) permettant de voir la nature des questions à l'origine de certains concepts et le langage dans lequel des questions ont été formulées et abordées ;
- une chronologie sur laquelle on repère l'évolution de concepts.

Liberté est laissée au professeur pour l'intégration de cette composante historique et épistémologique ; il conviendra de privilégier la qualité sur la quantité ; de plus, il n'y a pas lieu d'être systématique, l'histoire d'une notion n'aidant pas toujours l'élève à se l'approprier (il arrive même que l'oubli de l'origine de certaines questions soit un prix à payer pour avancer en sciences).

4. Organisation de l'enseignement et du travail des élèves

Chaque professeur garde toute liberté pour l'organisation de son enseignement, dans le respect des contenus et modalités de mise en œuvre précisés dans les tableaux du paragraphe 5. Bien que modestes, ces contenus représentent un saut qualitatif dans le cursus mathématique des lycéens : ce saut est inhérent au choix d'une section scientifique à l'issue d'une seconde de détermination ; l'enseignant aidera chacun de ses élèves à le réaliser.

L'enseignant veillera à équilibrer les divers temps de l'activité mathématique dans sa classe ; recherche de problèmes, résolution d'exercices, mise en forme de démonstration, exposé magistral, synthèse, ...rythmeront les heures de classe et viseront tous à promouvoir chez chaque élève l'acquisition de la démarche mathématique décrite au paragraphe 1. À cet égard, les travaux proposés en dehors du temps d'enseignement, à la maison ou au lycée, jouent un rôle primordial ; ils ont des fonctions diversifiées :

- la résolution d'exercices d'entraînement, en liaison avec l'étude du cours, permet aux élèves d'affermir leurs connaissances de base et d'évaluer leur capacité à les mettre en œuvre sur des exemples simples ;
- l'étude de situations plus complexes, sous forme de préparation d'activités en classe ou de problème à résoudre et à rédiger, alimente le travail de recherche, individuel ou en équipe, et permet aux élèves d'évaluer leur capacité à mobiliser leurs connaissances dans des secteurs variés ;
- les travaux individuels de rédaction (solution d'un problème, mise au point d'exercices étudiés en classe, rapport de synthèse sur un thème d'étude, analyse critique d'un texte, ...) visent essentiellement à développer les capacités de mise au point d'un raisonnement et d'expression écrite ; vu l'importance de ces objectifs, ces travaux de rédaction doivent être fréquents mais leur longueur doit rester raisonnable ;
- les devoirs de contrôle, peu nombreux, combinent des exercices d'application directe du cours (voire des questions de cours), des problèmes plus synthétiques, comportant des questions enchaînées de difficulté progressive et permettant aux élèves de vérifier leurs résultats, et des problèmes plus ouverts (susceptibles d'amener l'élève à choisir un modèle mathématique approprié, à émettre une conjecture, à expérimenter à travers des exemples ou des contre-exemples, à construire un raisonnement) ;
- l'exploitation de documents, individuelle ou en équipe, contribue au développement des capacités d'expression écrite (rédaction d'un rapport) ou orale (mise au point d'un exposé).

Il est à noter que les travaux personnels encadrés (TPE) permettent aussi de faire étudier des situations complexes et d'entraîner les élèves à mener un travail long jusqu'à son terme.

5. Les contenus du programme de première S

Un programme se doit de répondre aux spécifications de formation fournies par l'institution d'une part et, dans une certaine mesure et de façon peut-être moins explicite, par la communauté scientifique. Les spécifications notifiées par le Conseil national des programmes en janvier 1999 étaient d'introduire de la statistique en première et terminale S et d'utiliser les possibilités offertes par l'informatique. La prise en compte de cette demande, des attentes exprimées lors de la phase préparatoire à la rédaction de ce programme et, comme indiqué plus haut, la recherche d'un équilibre entre le poids des nouveautés, la continuité à assurer avec les anciens programmes et la faisabilité pour une classe d'âge donnée, ont conduit aux choix de contenus présentés dans les tableaux ci-après.

Ces tableaux comportent trois colonnes : la première indique les contenus à traiter ; la seconde fixe, lorsque cela est utile, des modalités de mise en œuvre, notamment informatiques ; la troisième explicite le sens ou les limites de certaines questions. Les indications relatives à l'utilisation de l'algorithmique sont précédées du signe $\diamond$.

Les contenus sont à introduire et à développer dans l'esprit des paragraphes précédents : on les fera donc fonctionner en situation (recherche et étude de conjectures, résolution de problèmes, argumentation, raisonnement, démonstration). On privilégiera le traitement de problèmes permettant d'aborder plusieurs concepts en même temps. L'ordre adopté ici par commodité pour présenter les divers paragraphes des chapitres ne doit pas être opposé aux liens intimes qui unissent ces paragraphes et que l'organisation du cours permettra de mettre en évidence : aucun ordre n'est imposé et les contenus peuvent être réorganisés suivant d'autres chapitres. Aucun titre relatif au calcul algébrique ne figure ici, mais celui-ci doit être largement présent dans différentes parties du programme.

Désormais, la statistique est étudiée en série S, aussi quelques éléments sont-ils développés sur cet enseignement (la longueur du commentaire n'est pas proportionnelle au temps à consacrer à ce sujet). L'usage de la statistique dans de nombreux domaines ne relève pas d'une mode passagère mais de la diffusion d'une culture et d'un mode de pensée anciens, diffusion rendue possible par les progrès simultanés de la théorie mathématique et de la technologie informatique. Chaque domaine d'application a une pratique spécifique de la statistique, fondée sur une problématique propre, le type d'expériences réalisables, la nature et les propriétés des données à traiter, les techniques de calcul mises en œuvre (on parle ainsi de statistique médicale, de statistique industrielle, de statistique financière, de physique statistique, etc.). En classe de seconde, les élèves ont acquis une expérience de l'aléatoire en pratiquant eux-mêmes des expériences de référence (lancers de dés, de pièces) et en simulant d'autres expériences à l'aide de listes de chiffres au hasard produites par une calculatrice ou un ordinateur. La simulation joue un rôle important : en permettant d'observer des phénomènes variés, elle amène les élèves à enrichir considérablement leur expérience de l'aléatoire et favorise l'émergence d'un mode de pensée propre à la statistique ; elle rend de plus nécessaire la mise en place de fondements théoriques. Une partie du programme des classes de première et de terminale S concerne la modélisation d'expériences de référence, modélisation permettant d'expliquer des résultats observés ou d'en prévoir d'autres. En première, on approfondira la notion de simulation d'une expérience, qui consiste à choisir un modèle et à le simuler ; la simulation permet d'une part d'avoir des estimations de résultats impossibles à calculer explicitement et d'autre part, par la comparaison de telles estimations avec des résultats expérimentaux, de valider le modèle choisi. La statistique descriptive a une part modeste dans la série S ; en particulier, on n'aborde pas les problèmes de recueil des données qui varient considérablement d'un domaine à l'autre ; ces questions font l'objet d'enseignements spécifiques dans les études qu'un élève de S est susceptible d'entreprendre ultérieurement.

GÉOMÉTRIE

Les notions de géométrie sont présentées par ordre de sophistication croissante : d'abord les figures considérées en elles-mêmes, puis la géométrie analytique ordinaire, suivie par l'approche vectorielle et enfin les transformations. Mais cette succession ne s'impose pas pour l'enseignement. Qui plus est, le choix d'une méthode appropriée à chaque problème fait partie de l'apprentissage de la géométrie.
Le repérage polaire dans le plan offre de nouvelles perspectives à la perception et à la description de certains objets. L'étude de configurations du plan est une partie importante du programme : étude statique à l'aide du calcul vectoriel ou de la géométrie analytique, étude dynamique à l'aide des transformations.
Enfin la géométrie élémentaire est une école de pensée : on veillera à allier observations (à l'aide de logiciels de géométrie dynamique notamment) et mise en évidence des démarches et des propriétés des objets étudiés permettant de confirmer ou d'infirmer ces observations ; on prendra soin aussi de construire des îlots déductifs consistants et d'aborder divers types de raisonnements formateurs ; on incitera à la réflexion sur différents niveaux d'explicitation d'une démonstration.
L'usage des logiciels de géométrie oblige à bien repérer ce qu'on choisit de démontrer : faire un tel choix et l'expliciter est un élément important d'une formation scientifique.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Sections planes Sections planes d'un cube, d'un tétraèdre.	Pour aborder ces problèmes, les élèves pourront s'aider de manipulations de solides et d'un logiciel de géométrie.	On utilisera les règles d'incidence vues en classe de 2nde pour justifier les constructions des différentes sections planes possibles.
Repérage Repérage polaire dans le plan et trigonométrie ; mesures des arcs, des angles orientés, radian. Mesure principale d'un arc, d'un angle, définition d'une rotation. Relation de Chasles, lignes trigonométriques des angles associés.	On commence par le repérage d'abord d'un point du cercle trigonométrique, à l'aide d'un réel défini à un multiple près de 2π. On s'appuie sur la proportionnalité entre mesure de l'angle au centre et longueur de l'arc intercepté. ◇ Le cadre de la géométrie repérée offre la possibilité de traduire numériquement des propriétés géométriques et permet de résoudre certains problèmes par la mise en œuvre d'algorithmes simples.	C'est en enroulant **R** sur le cercle trigonométrique que les élèves ont construit en seconde le lien entre le repérage polaire et les sinus et cosinus d'un nombre réel ; on gardera ici cette vision dynamique de l'enroulement.
Géométrie vectorielle plane		
Calcul vectoriel dans le plan.		Reprise du programme de seconde.
Barycentre de quelques points pondérés dans le plan. Associativité du barycentre.	On utilisera la notion de barycentre pour établir des alignements de points, des points de concours de droites.	La notion de barycentre, utile en physique et en statistique, illustre l'efficacité du calcul vectoriel. On évitera toute technicité.
Produit scalaire dans le plan ; définition, propriétés.	Propriétés de bilinéarité, de symétrie et expression analytique dans un repère orthonormal.	On pourra faire le lien avec le travail d'une force.
Applications du produit scalaire : projeté orthogonal d'un vecteur sur un axe ; calculs de longueurs.	Équation d'une droite à l'aide d'un vecteur normal, équation d'un cercle défini par son centre et son rayon ou par son diamètre. Calculs d'angles, de longueurs et d'aires sur des figures planes en liaison avec le produit scalaire.	Pour certains exercices, il pourra être utile de disposer des formules reliant les sinus des angles, les côtés et l'aire d'un triangle. En exercice, on pourra établir et utiliser la formule dite d'Al Kashi, le théorème de la médiane et les formules d'addition et de duplication pour les fonctions cosinus et sinus.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Transformations Translations, rotations et homothéties dans le plan : définitions ; image d'un couple de points ; effet sur l'alignement, les angles orientés, les longueurs et les aires ; image d'une figure (segment, droite, cercle).	Toutes les transformations connues seront utilisées dans l'étude des configurations, la détermination de lieux géométriques et dans la recherche de problèmes de construction, en particulier au travers des logiciels de géométrie.	Les symétries axiale et centrale, vues au collège, n'ont pas à faire l'objet d'un chapitre particulier.
Lieux géométriques dans le plan	◇ Les logiciels de géométrie dynamique ou de programmation seront utilisés pour visualiser certains lieux. On choisira quelques exemples mettant en évidence la diversité des méthodes de recherche (propriétés des configurations, vecteurs, produit scalaire, transformations, géométrie analytique). On veillera à traiter des cas nécessitant de démontrer une double inclusion.	La problématique des lieux géométriques sera présente dans tous les paragraphes de géométrie. Elle ne fera pas l'objet d'un chapitre indépendant. Il s'agit de ne pas s'en tenir à une simple observation mais de mobiliser les connaissances pour établir mathématiquement diverses caractéristiques géométriques. On s'appuiera, le cas échéant, sur le caractère bijectif des transformations ou sur une démarche d'analyse-synthèse.

ANALYSE

Le programme d'analyse élargit l'ensemble des fonctions que l'on peut manipuler et ouvre la voie à l'étude de certaines de leurs propriétés, nécessaires à la résolution de problèmes. L'acquisition du concept de dérivée est un point fondamental du programme de première ; il est conseillé de l'aborder rapidement : les fonctions étudiées au lycée sont toutes régulières ; on se contentera donc d'une approche intuitive des limites finies en un point à travers la notion de dérivée.

Pour les autres types de limites (limite infinie, limite à l'infini), on gardera de même une vision intuitive. Par contre, un travail plus approfondi est proposé sur la notion de limite d'une suite, plus facile à aborder que celle de limite d'une fonction en un point : l'objectif est ambitieux, il convient cependant de rester raisonnable dans sa mise en œuvre et de privilégier les raisonnements à support graphique.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Valeur absolue Définition de la valeur absolue d'un nombre réel. Inégalité triangulaire.	La valeur absolue permet de parler facilement de la distance entre deux nombres.	L'étude de fonctions faisant intervenir la fonction $x \mapsto \|x\|$ n'est pas un objectif du programme.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Fonctions usuelles Définition d'une fonction polynôme et de son degré.	On partira des fonctions étudiées en classe de seconde. Sur des exemples et selon le problème traité, on proposera plusieurs écritures d'une même fonction trinôme, d'une même fonction homographique.	Les transformations d'écriture s'effectueront à l'occasion des différentes activités de ce chapitre (dérivation, recherche d'asymptotes, résolution d'équations).
Résolution de l'équation du second degré. Étude du signe d'un trinôme.	On aboutira ici aux formules usuelles donnant les racines et la forme factorisée d'un trinôme du second degré.	On fera le lien entre les résultats et l'observation des représentations graphiques obtenues à l'aide d'un grapheur.
Dérivation Approche cinématique ou graphique du concept de nombre dérivé d'une fonction en un point.	Plusieurs démarches sont possibles : passage de la vitesse moyenne à la vitesse instantanée pour des mouvements rectilignes suivant des lois horaires élémentaires (trinôme du second degré dans un premier temps) ; zooms successifs sur une représentation graphique.	On ne donnera pas de définition formelle de la notion de limite. Le vocabulaire et la notation relatifs aux limites seront introduits sur des exemples puis utilisés de façon intuitive.
Nombre dérivé d'une fonction en un point : définition comme limite de $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ quand h tend vers 0. Fonction dérivée.	Dans les cas usuels, la limite de $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ s'obtient, après transformation d'écriture, en invoquant des arguments très proches de l'intuition. On ne soulèvera aucune difficulté à leur propos et on admettra tous les résultats utiles.	
Tangente à la courbe représentative d'une fonction f dérivable ; approximation affine associée de la fonction.	◇ À l'aide d'un algorithme, on construira point par point un ou deux exemples d'approximation de courbe intégrale définie par : $y' = f(t)$ et $y(t_0) = y_0$ en utilisant l'approximation $\Delta f \approx f'(a)\Delta t$.	La notion de développement limité à l'ordre 1 n'est pas au programme. On pourra cependant évoquer le caractère optimal de l'approximation affine liée à la dérivée.
Dérivée des fonctions usuelles : $x \mapsto x^n$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto \sin x$.		On pourra admettre les dérivées des fonctions sinus et cosinus.
Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient et de $x \mapsto f(ax+b)$.	On justifiera le résultat donnant les dérivées de uv et $\frac{1}{u}$.	
Lien entre signe de la dérivée et variations.	On étudiera, sur quelques exemples, le sens de variation de fonctions polynômes de degré 2 ou 3, de fonctions homographiques ou de fonctions rationnelles très simples. On introduira les notions et le vocabulaire usuels (extremum, majorant, minorant) et, de l'étude du sens de variations, on déduira des encadrements d'une fonction sur un intervalle.	On justifiera que la dérivée d'une fonction monotone sur un intervalle est de signe constant ; on admettra la réciproque. L'étude de fonctions ne sera pas présentée comme une fin en soi, mais interviendra lors la résolution de problèmes.
Comportement asymptotique de fonctions Asymptotes verticales, horizontales ou obliques.	On étudiera, sur des exemples très simples (fonctions polynômes de degré 2 ou 3, fonctions rationnelles du type $x \mapsto ax+b+h(x)$ avec h tendant vers 0 en $+\infty$ ou $-\infty$), les limites aux bornes de l'intervalle de définition et les asymptotes éventuelles.	On s'appuiera sur l'intuition ; les résultats usuels sur les sommes et produits de limites apparaîtront à travers des exemples et seront ensuite énoncés clairement.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Suites Modes de générations d'une suite numérique. Suite croissante, suite décroissante. Suites arithmétiques et suites géométriques.	Étude de l'évolution de phénomènes discrets amenant à une relation de récurrence. ◇ Calcul des termes d'une suite à l'aide d'un algorithme donnant lieu à un programme sur calculatrice ou ordinateur ; observation des vitesses de croissance (resp. de décroissance) pour des suites arithmétiques et des suites géométriques. Comparaison des valeurs des premiers termes des suites $(1+t)^n$ et $1+nt$ pour différentes valeurs de t (en lien avec la notion de dérivée). ◇ On peut étudier numériquement, sur ordinateur ou calculatrice, le temps de doublement d'un capital placé à taux d'intérêt constant, la période de désintégration d'une substance radioactive, etc.	◇ On veillera à faire réaliser sur calculatrice ou ordinateur des programmes où interviennent boucle et test.
Notion intuitive de limite infinie perçue à partir d'exemples. Définition de la convergence d'une suite, utilisation de cette définition.	On utilise au choix une des définitions suivantes pour la convergence d'une suite vers a : « *Tout intervalle ouvert contenant a contient tous les termes de la suite sauf un nombre fini d'entre eux.* » « *Tout intervalle ouvert contenant a contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang.* » On donne la définition d'une suite divergente.	Le travail demandé ici à propos de la définition de la convergence est de nature épistémologique ; il sera présenté aux élèves comme tel et peut permettre d'amorcer une réflexion, poursuivie en terminale, sur la nature des mathématiques. Toute définition en ε et N est exclue. ◇ La visualisation expérimentale du comportement asymptotique d'une suite peut être faite sur ordinateur ou calculatrice soit à partir d'un logiciel dédié (tableur, grapheur, ...) soit par la mise en œuvre d'un algorithme.
	On pourra mettre la définition en œuvre pour étudier une limite (exemple : suite (w_n) définie par $w_n = \max(u_n, v_n)$) ou pour montrer l'unicité de la limite.	On indiquera clairement qu'une fois la définition posée et les théorèmes établis, il est en général plus facile d'avoir recours aux théorèmes (ils sont là pour ça) plutôt qu'à la définition, sauf pour les contre-exemples.
	Démonstration du théorème « des gendarmes » ; les théorèmes sur la somme, le produit et le quotient de suites convergentes seront pour la plupart admis. On montre avec des exemples la variété de comportement de suites convergeant vers une même limite.	La définition d'une limite infinie pourra être abordée ou non.
Limite d'une suite géométrique.		

PROBABILITÉS ET STATISTIQUE

La partie du programme consacrée aux probabilités et à la statistique est centrée :

- sur la mise en place d'éléments de base indispensables pour comprendre ou pratiquer la statistique partout où elle est présente,
- sur la consolidation de concepts de probabilité permettant de comprendre et d'expliquer certains faits simples observés expérimentalement ou par simulation.

Le programme de la classe de première introduit quelques outils descriptifs nouveaux :

- les diagrammes en boîtes qui permettent d'appréhender aisément certaines caractéristiques des répartitions des caractères étudiés et qui complètent la panoplie des outils graphiques les plus classiquement utilisés ;
- deux mesures de dispersion : l'écart-type et l'intervalle interquartile.

Ces éléments de statistique pourront notamment être travaillés pour des séries construites à partir de séries simulées ; on rencontre ainsi des répartitions variées et on prépare la notion d'estimateur. Cette partie descriptive ne doit pas faire l'objet de longs développements numériques, ni être déconnectée du reste du programme de probabilité et statistique.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Statistique Variance et écart-type. Diagramme en boîte ; intervalle interquartile. Influence sur l'écart-type et l'intervalle interquartile d'une transformation affine des données. On note s l'écart-type d'une série, plutôt que σ, réservé à l'écart-type d'une loi de probabilité.	On cherchera des résumés pertinents et on commentera les diagrammes en boîtes de quantités numériques associées à des séries simulées ou non. On observera l'influence des valeurs extrêmes d'une série sur l'écart-type ainsi que la fluctuation de l'écart-type entre séries de même taille. ◇ L'usage d'un tableur ou la mise en œuvre d'algorithmes adaptés, sur ordinateur ou calculatrice, permet d'observer dynamiquement et en temps réel, les effets des modifications des données.	L'objectif est de résumer une série par un couple (mesure de tendance centrale ; mesure de dispersion). Deux choix usuels sont couramment proposés : le couple (médiane ; intervalle interquartile), robuste par rapport aux valeurs extrêmes de la série, et le couple (moyenne ; écart-type). On démontre que la moyenne est le réel qui minimise $\sum_i (x_i - x)^2$, alors qu'elle ne minimise pas $\sum_i \|x_i - x\|$.
Probabilités Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Espérance, variance, écart-type d'une loi de probabilité. Variable aléatoire, loi d'une variable aléatoire, espérance, variance, écart-type.	Le lien entre loi de probabilité et distributions de fréquences est éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. On explique ainsi la convergence des moyennes vers l'espérance et des variances empiriques vers les variances théoriques. ◇ Par la mise en œuvre sur ordinateur ou calculatrice d'un algorithme, on illustre ceci par des simulations dans des cas simples. On peut aussi illustrer cette loi avec les diagrammes en boîtes obtenus en simulant par exemple 100 sondages de taille n, pour $n = 10$; 100 ; 1000.	On peut par exemple choisir comme énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres la proposition suivante : « *Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences calculées sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand.* » On évitera le calcul systématique et sans but précis de l'espérance et de la variance de lois de probabilité.
Modélisation d'expériences aléatoires de référence (lancers d'un ou plusieurs dés ou pièces discernables ou non, tirage au hasard dans une urne, choix de chiffres au hasard, etc.).	◇ Par la mise en œuvre d'algorithmes, on simulera des lois de probabilités simples obtenues comme images d'une loi équirépartie par une variable aléatoire (sondage, somme des faces de deux dés, etc.).	On indique que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience. La modélisation avec des lois ne découlant pas d'une loi équirépartie est hors programme.

Algorithmique (objectifs pour le lycée)

La démarche algorithmique est, depuis les origines, une composante essentielle de l'activité mathématique. Au collège, les élèves ont rencontré des algorithmes (algorithmes opératoires, algorithme des différences, algorithme d'Euclide, algorithmes de construction en géométrie). Ce qui est proposé dans le programme est une formalisation en langage naturel propre à donner lieu à traduction sur une calculatrice ou à l'aide d'un logiciel. Il s'agit de familiariser les élèves avec les grands principes d'organisation d'un algorithme : gestion des entrées-sorties, affectation d'une valeur et mise en forme d'un calcul, en opérant essentiellement sur des nombres entiers.

Dans le cadre de cette activité algorithmique, les élèves sont entraînés :
- à décrire certains algorithmes en langage naturel ou dans un langage symbolique ;
- à en réaliser quelques uns à l'aide d'un tableur ou d'un petit programme réalisé sur une calculatrice ou avec un logiciel adapté ;
- à interpréter des algorithmes plus complexes.

Aucun langage, aucun logiciel n'est imposé.

L'algorithmique a une place naturelle dans tous les champs des mathématiques et les problèmes posés doivent être en relation avec les autres parties du programme (fonctions, géométrie, statistiques et probabilité, logique) mais aussi avec les autres disciplines ou la vie courante. Comme il a été dit dans l'introduction, quelques activités pouvant donner lieu à écriture d'algorithmes sont signalées dans le programme par le signe $\diamond$.

À l'occasion de l'écriture d'algorithmes et de petits programmes, il convient de donner aux élèves de bonnes habitudes de rigueur et de les entraîner aux pratiques systématiques de vérification et de contrôle.

Instructions élémentaires (affectation, calcul, entrée, sortie). Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables : • d'écrire une formule permettant un calcul ; • d'écrire un programme calculant et donnant la valeur d'une fonction ; ainsi que les instructions d'entrées et sorties nécessaires au traitement.
Boucle et itérateur, instruction conditionnelle Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables : • de programmer un calcul itératif, le nombre d'itérations étant donné ; • de programmer une instruction conditionnelle, un calcul itératif, avec une fin de boucle conditionnelle.

Notations et raisonnement mathématiques (objectifs pour le lycée)

Cette rubrique, consacrée à l'apprentissage des notations mathématiques et à la logique, ne doit pas faire l'objet de séances de cours spécifiques mais doit être répartie sur toute l'année scolaire.

Notations mathématiques Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondant : $\in$, $\subset$, $\cup$, $\cap$ ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles. Pour le complémentaire d'un ensemble A, on utilise la notation des probabilités $\overline{A}$.
Pour ce qui concerne le raisonnement logique, les élèves sont entraînés, sur des exemples : • à utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » et à distinguer leur sens des sens courants de « et », « ou » dans le langage usuel ; • à utiliser à bon escient les quantificateurs universel, existentiel (les symboles $\forall$, $\exists$ ne sont pas exigibles) et à repérer les quantifications implicites dans certaines propositions et, particulièrement, dans les propositions conditionnelles ; • à distinguer, dans le cas d'une proposition conditionnelle, la proposition directe, sa réciproque, sa contraposée et sa négation ; • à utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ; • à formuler la négation d'une proposition ; • à utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ; • à reconnaître et à utiliser des types de raisonnement spécifiques : raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde.