

TS – Probabilités conditionnelles – Loi de Hardy-Weinberg

Dans les cas simples un gène est formé de 2 allèles A et a et un individu peut donc avoir l'un des trois génotypes suivants : AA, Aa, aa.

Un enfant lors de la conception hérite d'un gène de chacun de ses parents, chacun d'eux étant choisi au hasard. Ainsi si le père est du type AA et la mère de type Aa, les enfants peuvent être du type AA ou Aa.

I On considère une population dont les proportions des génotypes sont données par le tableau suivant :

AA	Aa	aa
$p_0=0,4$	$q_0=0,3$	$r_0=0,3$

1. Si on considère que les couples se forment au hasard quant aux 3 génotypes considérés, calculer la probabilité pour qu'un enfant ait

- Deux parents de type AA
- Un parent de type AA et un parent de type Aa
- Deux parents de type Aa.

2. Quelle est la probabilité pour que l'enfant soit de type AA sachant que :

- les deux parents sont de type AA ?
- un des deux parents est de type AA et l'autre du type Aa ?
- les deux parents sont de type Aa ?

3. a. Calculer la probabilité p_1 pour que l'enfant soit de type AA.

b. Calculer de même la probabilité r_1 pour que l'enfant soit de type aa.

c. En déduire la probabilité q_1 pour que l'enfant soit de type Aa.

4. Calculer de même les probabilités p_2 , q_2 et r_2 pour qu'un enfant de seconde génération soit de type AA, Aa et aa. Que remarque-t-on ?

II. Généralisation

p_0 , q_0 et r_0 sont maintenant des nombres positifs de somme égale à 1.

1. a. Montrer que la probabilité pour qu'un enfant soit de type AA est

$$p_1 = \left(p_0 + \frac{1}{2} q_0 \right)^2.$$

b. Sans calcul, donner une expression de r_1 .

2. Soit $\alpha = p_0 - r_0$.

a. Montrer que $p_1 = \frac{(1 + \alpha)^2}{4}$.

b. En déduire les expressions de r_1 puis de q_1 en fonction de α . Que peut-on dire de $p_1 - r_1$?

3. Donner les expressions de p_2 , q_2 et r_2 en fonction de α .

4. On a étudié les génotypes de 100 enfants choisis au hasard parmi les enfants de la première génération puis les génotypes de 100 enfants choisis au hasard parmi les enfants de la seconde génération. Les fréquences d'enfants de type AA, Aa, aa étant respectivement $(\hat{p}_1, \hat{q}_1, \hat{r}_1)$ et $(\hat{p}_2, \hat{q}_2, \hat{r}_2)$ on remarque que :

$$\frac{\hat{q}_1^2}{\hat{p}_1 \hat{r}_1} \approx 3,91 \text{ et que } \frac{\hat{q}_2^2}{\hat{p}_2 \hat{r}_2} \approx 3,95. \text{ Qu'en pensez-vous ?}$$